

# CALCUL LITTÉRAL

---

## I) INTÉRÊT DU CALCUL LITTÉRAL

En mathématiques, il arrive fréquemment que l'on ait besoin de faire des calculs sur une expression comportant des lettres.

On parle alors de « calcul littéral ».

### Exemple :

Un chocolatier veut faire des paquets de 200 g de chocolat contenant deux fois plus de chocolats noirs que de chocolats au lait. Un chocolat noir pèse 6,75 g alors qu'un chocolat au lait pèse 6,5 g.

Combien de chocolats noirs et au lait doit-il mettre dans ses paquets ?

### Rédaction :

Appelons  $x$  le nombre de chocolats au lait dans un paquet :

- Le poids total des chocolats au lait est alors :  $x \times 6,5$
- Le nombre de chocolats noirs est :  $2 \times x$
- Le poids total des chocolats noirs est :  $2 \times x \times 6,75$
- Additionnons les poids totaux des chocolats noirs et au lait :

$$2 \times x \times 6,75 + x \times 6,5 = 200$$

$$13,5 \times x + 6,5 \times x = 200$$

$$20 \times x = 200$$

$$x = 10$$

} Calcul littéral

Dans chaque paquet, le chocolatier doit donc mettre 10 chocolats au lait et 20 chocolats noirs.

oral: p102: 1, 2, 3, 5, 6

p103: 7, 8(difficile), 10(difficile), 11

p108: 48, 49

p110: 67

p111: 73

## II) SIMPLIFICATIONS D'ÉCRITURES

### 1) Le signe multiplié :

**Ex :**  $3 \times a = a + a + a$

Il y a ici trois  $a$ , au lieu d'écrire  $3 \times a$ , on écrira donc le plus souvent  $3 a$

#### Règle :

Quand le signe  $\times$  est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse, on peut se dispenser de l'écrire.

$3 \times a$  s'écrit  $3 a$

$a \times 3$  s'écrit  $3 a$

$a \times b$  s'écrit  $a b$

$4 \times (a + 3)$  s'écrit  $4 (a + 3)$

### 2) Carré, cube d'un nombre

D'après ce qui précède,  $a \times a$  devrait s'écrire  $a a$ .

En fait, on écrira  $a^2$  et on dira " $a$  au carré"

De même  $a \times a \times a$  s'écrira  $a^3$  et on dira " $a$  au cube"

### 3) Réduire une expression littérale

#### Exemples :

$$3 \times a + 2 \times a = 3 a + 2 a = (a + a + a) + (a + a) = 5 a$$

$$7,5 \times x - 2,5 \times x = 7,5 x - 2,5 x = 5 x$$

### III) DÉVELOPPER – FACTORISER

#### 1) Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction

##### a) Exemples :

Dans toutes les situations ci-dessous, écrivez le calcul demandé de deux manières différentes : d'abord comme une somme ou une différence sans parenthèses puis comme un produit avec des parenthèses.

- Une équipe de foot achète pour chacun des 15 joueurs une paire de chaussures à 40 euros et un maillot à 10 euros.  
Combien vont-ils dépenser ?

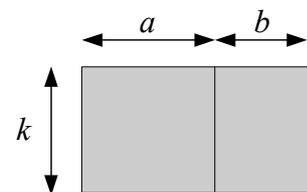
$$A = 15 \times 40 + 15 \times 10 \quad A = 15 \times (40 + 10)$$

- Un magasin de vêtements fait une réduction de 1,50 euros sur tous ses articles. Éric achète 5 pantalons qui coûtaient 12 euros chacun avant la réduction. Combien va-t-il payer en tout ?

$$B = 5 \times 12 - 5 \times 1,50 \quad B = 5 \times (12 - 1,50)$$

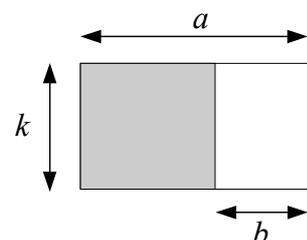
- Écrire en fonction de  $k$ ,  $a$  et  $b$  l'aire de la surface grisée ci-dessous

$$C = k a + k b \quad C = k (a + b)$$



- Écrire en fonction de  $k$ ,  $a$  et  $b$  l'aire de la surface grisée ci-dessous

$$D = k a - k b \quad D = k (a - b)$$



b) Cas général :

**Propriété :**

$k$ ,  $a$  et  $b$  étant 3 nombres quelconques :

$$\begin{array}{l} k a + k b = k (a + b) \\ \text{Somme ou différence} \quad \quad \quad \text{produit} \\ k a - k b = k (a - b) \end{array}$$

**Ex:**

$$2 (x - 3) = 2 x - 2 \times 3$$

$$3 a + a b = a (3 + b)$$

## 2) Factoriser une expression

### Définition :

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

### Ex:

$$A = 5\pi - \pi x$$

$$A = \pi(5 - x)$$

$$B = 12x + ax$$

$$B = x(12 + a)$$

$$C = 2x^2 - x + 3ax$$

$$C = x \times 2x - x \times 1 + x \times 3a$$

$$C = x(2x - 1 + 3a)$$

## 3) Développer (et réduire) une expression

### Définition :

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

### Ex:

$$A = 2(a + b + c)$$

$$A = 2a + 2b + 2c$$

$$B = a(x - 1)$$

$$B = ax - a \times 1$$

$$B = ax - a$$

↘ On développe l'expression

↘ On la réduit

$$C = 3(x + 5) + 2(x - 1)$$

$$C = 3x + 3 \times 5 + 2x - 2 \times 1$$

$$C = 3x + 15 + 2x - 2$$

$$C = 5x + 13$$

↘ On développe l'expression

↘ On la réduit

# IV) ÉGALITÉS DANS DES EXPRESSIONS LITTÉRALES

## 1) Les deux emplois du signe égal

Attention, dans une expression littérale, le signe égal peut être utilisé dans deux cas bien distincts :

### a) Égalités toujours vraies (Identités)

**Ex :**  $8x + 2x = 10x$

Ici, les deux membres de l'égalité sont toujours égaux quelle que soit la valeur donnée à  $x$ .

### b) Égalités parfois vraies (Équations)

**Ex :**  $8x = 2x + 3$

Ici on a encore utilisé le signe égal alors que l'égalité n'est vraie que pour  $x = 0,5$  et fautive pour les autres valeurs de  $x$  !

On dit alors que  $8x = 2x + 3$  est une **équation** qui a pour **solution** 0,5.

oral: p106: 27, 30 + p107: 36, 38

utiliser contre exemple: p106: 31 + p110: 65

## 2) Tester si une égalité est vraie

Dans le cas d'une équation dont on ne sait pas trouver les solutions directement, on peut « tester » différentes valeurs de  $x$ .

### Attention à la façon de rédiger !

- On calcule le 1<sup>er</sup> membre
- On calcule le 2<sup>nd</sup> membre
- On compare les résultats

**Ex 1 :** Tester si l'égalité  $4x = 2(x + 2)$  est vraie pour  $x = 1$  puis  $x = 2$ .

si  $x = 1$

D'une part :  $4x = 4 \times 1 = 4$

D'autre part :  $2(x + 2) = 2(1 + 2) = 2 \times 3 = 6$

L'égalité n'est donc pas vraie pour  $x = 1$

si  $x = 2$

D'une part :  $4x = 4 \times 2 = 8$

D'autre part :  $2(x + 2) = 2(2 + 2) = 2 \times 4 = 8$

L'égalité est donc vraie pour  $x = 2$

**Ex 2 :** Tester l'égalité  $4(2x^2 + 1) = 12$  pour  $x = 1$  puis  $x = 3$ .

si  $x = 1$

$4(2x^2 + 1) = 4(2 \times 1 \times 1 + 1) = 4(2 + 1) = 4 \times 3 = 12$

L'égalité est donc vérifiée pour  $x = 1$

si  $x = 3$

$4(2x^2 + 1) = 4(2 \times 3 \times 3 + 1) = 4(18 + 1) = 4 \times 19 = 76$

L'égalité n'est donc pas vérifiée pour  $x = 3$

p106: 29  
p107: 34, 35, 40  
p109: 59, 60  
p110: 63  
p111: 69, 72

pb ouvert: 79 p113  
tableur: 1 p114 + 5-calcul-litteral-tableur.odt  
scratch: 4 p115