

FRACTIONS

I) INTRODUCTION

1) Définition

On appelle « fraction » tout quotient d'**entiers** écrit sous forme fractionnaire et dont le dénominateur est non nul.

Ex : Les quotients ci-dessous sont-ils des fractions ?

$\frac{5}{3}$ Oui $\frac{2,5}{3}$ Non $\frac{2}{0}$ Non (n'est pas calculable)

2) Intérêt des fractions

- L'écriture décimale d'un quotient n'est pas toujours exacte.

Ex : $20 : 60 \approx 0,33333$ en revanche $20 : 60 = \frac{1}{3}$

- Avec un peu d'habitude, il est plus facile de faire des calculs avec des fractions qu'avec des décimaux.

Ex : $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ alors que $0,25 \times 0,25 = ??$

- Les fractions sont commodes pour désigner une partie d'un tout (Ex : les trois quarts du gâteau), mais ne s'y limitent pas (Ex : les neuf quarts du gâteau ?!).
- En pratique, nous allons prendre l'habitude d'écrire toutes les divisions sous forme fractionnaire et tous les nombres décimaux sous forme de fractions.

p62: 2, 4

p68: 48, 55

p69: 56

pb concrets :

p63: 11

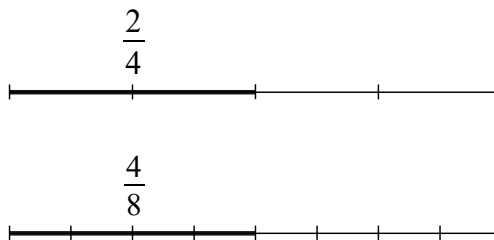
p70: 79

II) SIMPLIFIER UNE FRACTION

1) Propriété

La valeur d'une fraction ne change pas lorsque l'on multiplie (ou divise) son numérateur **et** son dénominateur par un **même** nombre **non nul**.

$$\text{Ex : } \frac{2}{4} = \frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8}$$



2) Définition

Simplifier une fraction, c'est la transformer en une fraction égale mais dont le numérateur et le dénominateur sont les plus petits possibles. Cette nouvelle fraction est dite **irréductible**.

$$\text{Ex 1 : Simplifier } \frac{30}{42}$$

$$\frac{30}{42} = \frac{2 \times 15}{2 \times 21} = \frac{15}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{7}$$

$$\text{Ex 2 : Simplifier } \frac{42}{14}$$

$$\frac{42}{14} = \frac{2 \times 21}{2 \times 7} = \frac{21}{7} = \frac{7 \times 3}{7 \times 1} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{Ex 3 : Transformer } \frac{4}{6,4} \text{ en fraction}$$

$$\frac{4}{6,4} = \frac{4 \times 10}{6,4 \times 10} = \frac{40}{64} = \frac{8 \times 5}{8 \times 8} = \frac{5}{8}$$

par oral

p64: 18

p66: 31

p69: 60

p64: 19, 20, 21

p69: 57, 62, 63, 64

pb concrets

p63: 10, 11

p65: 22, 23, 24

p71: 85 (scratch)

Attention : dans un exercice, si le résultat attendu est une fraction, vous devez toujours la simplifier.

3) Critères de divisibilité

Un nombre est divisible :

- par 2 s'il est pair.
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- par 4 si le nbre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- par 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
- par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- par 10 si son dernier chiffre est 0.

Ex : 180 est divisible :

- par 2 puisqu'il est pair.
- par 3 puisque la somme de ses chiffres est 9 qui est divisible par 3.
- par 4 puisque 80 est divisible par 4.
- par 5 puisque son dernier chiffre est 0.
- par 6 puisqu'il est divisible à la fois par 2 et par 3.
- par 9 puisque la somme de ses chiffres est 9 qui est divisible par 9.
- par 10 puisque son dernier chiffre est 0.

III) COMPARER DES FRACTIONS

1) Cas où elles ont le même dénominateur

Propriété :

Si des fractions ont le même dénominateur, elles sont rangées dans le même ordre que leurs numérateurs.

Ex : Ranger du plus petit au plus grand $\frac{11}{12}; \frac{1}{12}; \frac{41}{12}; \frac{7}{12}$

$$\frac{1}{12} < \frac{7}{12} < \frac{11}{12} < \frac{41}{12}$$

2) Cas où elles n'ont pas le même dénominateur

On les met alors « au même dénominateur » pour se ramener au cas précédent !

Ex : Ranger du plus petit au plus grand $\frac{11}{6}; \frac{3}{2}; \frac{5}{6}; \frac{17}{12}$

$$\frac{11}{6} = \frac{11 \times 2}{6 \times 2} = \frac{22}{12}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \times 6}{2 \times 6} = \frac{18}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

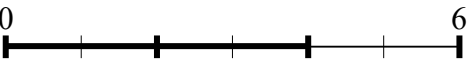
or $\frac{10}{12} < \frac{17}{12} < \frac{18}{12} < \frac{22}{12}$

donc $\frac{5}{6} < \frac{17}{12} < \frac{3}{2} < \frac{11}{6}$

IV) FRACTION D'UNE QUANTITÉ

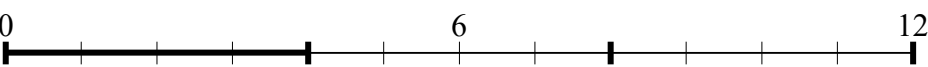
1) Intuitivement

On cherche à calculer les deux tiers de 6km, c'est à dire : $\frac{2}{3} \times 6$.

Méthode 1 : 

Nous avons divisé les 6 km en 3 parts égales puis nous en avons pris 2.

Le calcul correspondant est : $6 \div 3 \times 2 = \frac{6}{3} \times 2 = 2 \times 2 = 4$

Méthode 2 : 

Nous avons pris le double de 6 km puis nous l'avons divisé en 3 parts.

Le calcul correspondant est : $6 \times 2 \div 3 = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$

Bilan : Ce calcul peut s'écrire de 3 façons : $\frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 6}{3} = 2 \times \frac{6}{3}$

2) Propriété

Prendre « $\frac{a}{b}$ de c », revient à calculer : $\frac{a}{b} \times c$ ou $\frac{a \times c}{b}$ ou $a \times \frac{c}{b}$

3) Dans les exercices

Ex : J'ai mangé les quatre neuvièmes d'une tablette de chocolat. Sachant qu'elle contenait 18 carrés, combien de carrés ai-je mangé ?

Le nombre de carrés mangés est : $\frac{4}{9} \times 18 = \frac{4 \times 18}{9} = \frac{4 \times 2 \times 9}{9} = \frac{4 \times 2}{1} = 8$

J'ai donc mangé 8 carrés.

p62: 1, 7

pb concrets

p63: 8, 9

p68: 50, 53

p70: 74

V) PROPORTIONNALITÉ

Ex : Dans ma recette de biscuits sablés, il faut 80g de sucre pour obtenir 300g de biscuits.

- 1) Quelle proportion de sucre y a-t-il dans un biscuit ?
- 2) Combien dois-je prévoir de sucre pour 750g de biscuits ?

Rédaction :

1) La proportion de sucre dans un biscuit est : $p = \frac{80}{300} = \frac{4 \times 20}{3 \times 5 \times 20} = \frac{4}{15}$

2) Appelons x la masse de sucre nécessaire pour faire 750g de biscuits.

La proportion de sucre dans le biscuit doit rester la même : $\frac{x}{750} = \frac{4}{15}$

Multiplions les deux quotients par 750 : $\frac{750 \times x}{750} = \frac{750 \times 4}{15}$

Donc $x = \frac{750 \times 4}{15} = \frac{50 \times 15 \times 4}{15} = 50 \times 4 = 200$

Je dois donc prévoir 200g de sucre.

pb concrets
p63: 12, 13
p67: 39, 40 (difficile)

scratch
p75: 4