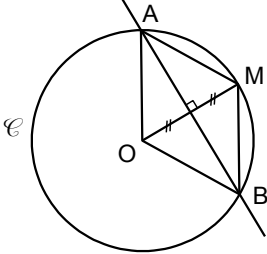


PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS : EXERCICES RÉDIGÉS

ÉNONCÉ

Soit un cercle \mathcal{C} de centre O . M étant un point de \mathcal{C} , on construit la médiatrice de $[OM]$ qui coupe \mathcal{C} en A et en B .

- 1) Montrer que le quadrilatère $OAMB$ est un losange.
- 2) Déterminer la nature du triangle OAM .
- 3) Déterminer l'angle \widehat{AOB} .



RÉDACTION

Hypothèses :

\mathcal{C} est un cercle de centre O

$M \in \mathcal{C}, A \in \mathcal{C}, B \in \mathcal{C}$

A appartient à la médiatrice de $[OM]$

B appartient à la médiatrice de $[OM]$

1) Montrer que $OAMB$ est un losange.

Par hypothèses, A appartient à la médiatrice de $[OM]$.

Or tout point appartenant à la médiatrice d'un segment, est équidistant des extrémités de ce segment donc $AO = AM$.

De même, par hypothèses, B appartient à la médiatrice de $[OM]$.

donc $BO = BM$.

Par hypothèses : $A \in \mathcal{C}$ et $B \in \mathcal{C}$ donc $AO = BO$.

Bilan, dans le quadrilatère $OAMB$, on a : $AM = AO = BO = BM$.

Or un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur est un losange

donc $OAMB$ est un losange.

2) Nature de OAM .

D'après 1), $AO = AM$.

De plus, par hypothèses, $A \in \mathcal{C}$ et $M \in \mathcal{C}$ donc $AO = MO$.

Bilan, dans le triangle OAM , on a : $AM = AO = MO$

donc le triangle OAM est équilatéral.

3) Angle \widehat{AOB}

D'après 2), le triangle OAM est équilatéral donc $\widehat{OAM} = 60^\circ$

D'après 1), $OAMB$ est un losange

Or dans un losange, deux angles consécutifs sont supplémentaires

donc $\widehat{OAM} + \widehat{AOB} = 180$

donc $\widehat{AOB} = 180 - \widehat{OAM}$

donc $\widehat{AOB} = 180 - 60$

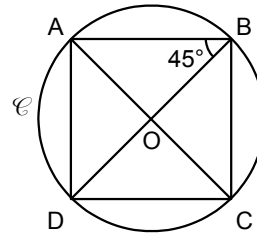
donc $\widehat{AOB} = 120^\circ$

ÉNONCÉ

Sur la figure ci-contre, \mathcal{C} est un cercle de centre O .

$[AC]$ et $[BD]$ sont des diamètres de \mathcal{C} tels que : $\widehat{ABD} = 45^\circ$

- 1) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.
- 2) Montrer que le triangle ABD est isocèle.
- 3) En déduire que $ABCD$ est un carré.



RÉDACTION

Hypothèses :

\mathcal{C} est un cercle de centre O

$[AC]$ et $[BD]$ sont des diamètres de \mathcal{C}

$\widehat{ABD} = 45^\circ$

1) Montrer que $ABCD$ est un rectangle

Par hypothèses,

$[AC]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} de centre O donc O est le milieu de $[AC]$

$[BD]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} de centre O donc O est le milieu de $[BD]$.

Donc, dans le quadrilatère $ABCD$, O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$.

Or un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme

donc $ABCD$ est un parallélogramme.

De plus, par hypothèses, $[AC]$ et $[BD]$ sont des diamètres de \mathcal{C} donc $AC = BD$.

Or un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle

donc $ABCD$ est un rectangle.

2) Montrer que ABD est isocèle

D'après 1), $ABCD$ est un rectangle donc le triangle ABD est rectangle en A .

Or dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires

donc $\widehat{BDA} + \widehat{ABD} = 90$

donc $\widehat{BDA} + 45 = 90$

donc $\widehat{BDA} = 45^\circ$

donc $\widehat{BDA} = \widehat{ABD}$.

Or si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle

donc ABD est isocèle en A

3) Montrer que $ABCD$ est un carré

D'après 1), $ABCD$ est un rectangle.

D'après 2), ABD est isocèle en A donc $AB = AD$.

Or un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un carré

donc $ABCD$ est un carré