

# PROPORTIONNALITÉ

---

## *I) RECONNAÎTRE DEUX GRANDEURS PROPORTIONNELLES*

### 1) Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une peuvent être obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un nombre fixe appelé **coefficient de proportionnalité**.

**Ex :** Les grandeurs suivantes sont-elles proportionnelles ?

- Le nombre de pièces de 1 € et la hauteur de la pile formée
- La durée d'ouverture du robinet et le volume d'eau qui a coulé
- L'âge d'un homme et sa taille

## 2) Tableau de proportionnalité

**Ex 1 :** Voici le prix de l'essence en fonction du volume dans une station service.

Volume d'essence (L)	5	20	30	50
Prix (€)	6,5	26	39	65

↪ ×1,3

On remarque que  $\frac{6,5}{5} = \frac{26}{20} = \frac{39}{30} = \frac{65}{50} = 1,3$

Le prix payé est proportionnel au volume d'essence.

Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est : 1,3 €/L

**Ex 2 :** Voici la distance parcourue par un marcheur en fonction du temps lors d'une balade en montagne.

Temps (min)	3	5	12	25
Distance (m)	100	150	300	400

On remarque que  $\frac{100}{3} \neq \frac{150}{5}$

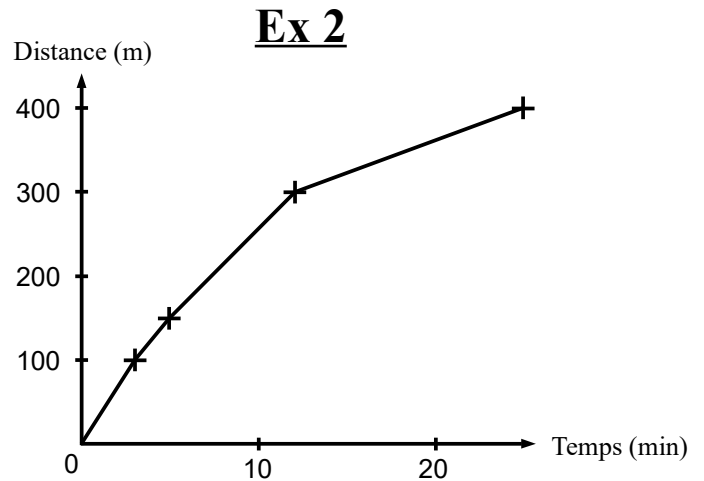
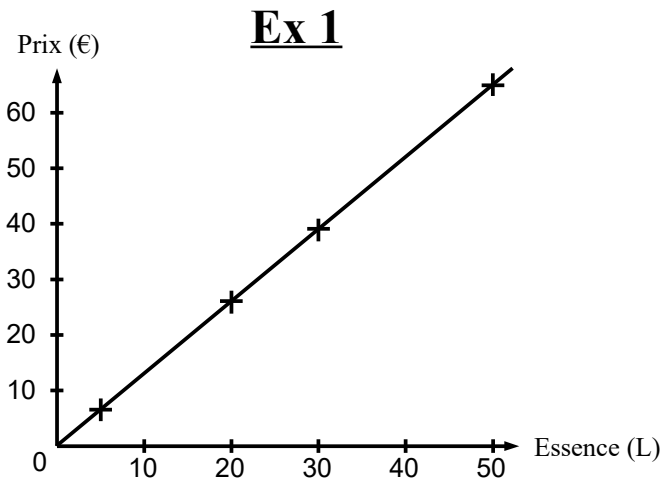
La distance parcourue n'est pas ici proportionnelle au temps de marche.

Le tableau ci-dessus n'est pas un tableau de proportionnalité.

Sans calculatrice :  
oral p124: 14, 17, 19  
p125: 35, 38

### 3) Graphique

Représentons les données ci-dessus par des graphiques :



**Propriété :** Lorsque les points représentant deux grandeurs sont alignés et que la droite formée passe par l'origine du repère, ces deux grandeurs sont proportionnelles.

**Propriété réciproque :** Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, les points représentant ces deux grandeurs sont alignés et la droite formée passe par l'origine du repère.

Faire les ex. ci-dessous à l'aide d'un graphique (et non d'un tableau de proportionnalité !) :

- p125: 39, 42
- p128: 60
- p129: 64

## II) DÉTERMINER UNE « 4<sup>ÈME</sup> PROPORTIONNELLE »

### 1) En utilisant la proportionnalité des lignes

Ex : 12 m de tissus coûtent 4 €. Combien coûtent 30 m ?

Appelons  $x$  le prix cherché en €.

Longueur de tissus (m)	12	30
Prix (€)	4	$x$

↪ / 3

$$x = 30 / 3 = 10$$

30 m de tissus coûtent donc 10 €

### 2) En utilisant la proportionnalité des colonnes

Ex : 11 kg de bananes coûtent 13 €. Combien coûtent 22 kg ?

Appelons  $x$  le prix cherché en €.

Masse de bananes (kg)	11	22
Prix (€)	13	$x$

↪ × 2

$$x = 13 \times 2 = 26$$

22 kg de bananes coûtent donc 26 €

Sans calculatrice :

oral p124: 25, 26, 30, 31

p125: 40, 41


p128: 60

p129: 66

### 3) En additionnant deux colonnes

**Ex :** D'après le tarif ci-dessous, combien une famille de 7 personnes doit-elle payer pour entrer dans le musée ?

Appelons  $x$  le prix cherché en €.



Nombre de personnes	2	5	7
Prix (€)	4,6	11,5	$x$

$$x = 4,6 + 11,5 = 16,1$$

Une famille de 7 personnes doit donc payer 16,1 €

### 4) Et quand aucune des méthodes précédentes ne donne des calculs simples...

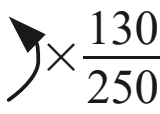
On utilise quand même les méthodes 1 ou 2 !

La seule différence est que le coefficient multiplicateur va être une fraction et que les calculs seront donc plus compliqués...

**Ex :** Pour faire 250 g de confiture, il faut 130 g de fruits. Combien faut-il de fruits pour faire 400 g de confiture ?

Appelons  $x$  la masse de fruits cherchée en g.

Masse de fruits (g)	130	$x$
Masse de confiture (g)	250	400



$$x = 400 \times \frac{130}{250} = \frac{400 \times 130}{250} = \frac{4 \times 4 \times 25 \times 13 \times 10}{25 \times 10} = 4 \times 4 \times 13 = 208$$

Pour faire 400 g de confiture, il faut donc 208 g de fruits.

### III) APPLICATIONS

#### 1) Pourcentages

Travailler avec des pourcentages revient à compléter des tableaux de proportionnalité.

##### a) Calculer un pourcentage

**Ex :** Dans une classe de 25 élèves, 15 étudient l'anglais.  
Quel est le pourcentage d'élèves étudiant l'anglais ?

Appelons  $x$  % ce pourcentage

Nombre d'élèves étudiant l'anglais	15	$x$
Nombre total d'élèves	25	100

  
 $\times 4$

$$x = 15 \times 4 = 60$$

Il y a donc 60 % d'élèves faisant de l'anglais dans cette classe.

##### b) Appliquer un pourcentage

**Ex :** Dans une classe de 30 élèves, 40 % sont des filles.  
Combien y a-t-il de filles ?

Appelons  $x$  le nombre de filles

Nombre de filles	$x$	40
Nombre total d'élèves	30	100

$$x = \frac{30 \times 40}{100} = \frac{3 \times 10 \times 4 \times 10}{10 \times 10} = 12$$

Il y a donc 12 filles dans cette classe.

Avec calculatrice :

p122: 1, 4, 7

p126: 45

## 2) Échelle d'un plan

Sur un plan à l'échelle, les distances sur le plan sont proportionnelles aux distances réelles.

### Définition :

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité :

$$\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{même} \\ \leftarrow \text{unité !} \end{array}$$

### Ex :

Un microbe est représenté sur un livre par un cercle de diamètre 10 mm.

Le schéma est à l'échelle  $\frac{10000}{1}$ . Quel est le diamètre réel du microbe ?

Appelons  $x$  le diamètre réel du microbe en mm.

Diamètre sur le livre (mm)	10000	10
Diamètre réel (mm)	1	$x$

$$\begin{array}{c} \text{↖} \\ \text{↗} \\ / 1000 \end{array}$$

$$x = 1 / 1000 = 0,001$$

Le microbe mesure donc 0,001 mm de diamètre.

Sans calculatrice :

p126: 46

Avec calculatrice :

p123: 8, 12, 13

p126: 47

p130: 71