

SYMÉTRIE CENTRALE - EXERCICES AVEC DÉMONSTRATION

I) Le triangle ABC est tel que : $AB = 5\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 40^\circ$. On appelle G le milieu de $[AC]$ et D le symétrique du point B par rapport à G .

- 1) Quelle est la mesure de l'angle \widehat{ACD} ?
- 2) Déterminer la longueur CD .

II) Soit (\mathcal{C}) un cercle de centre I sur lequel on trace deux diamètres distincts $[AB]$ et $[EF]$.
Démontrer que les droites (AE) et (BF) sont parallèles.

III) Soit ABC un triangle, D un point de la droite (AC) et I le milieu du segment $[BD]$. On appelle E et F les symétriques respectifs des points A et C par rapport au point I .

- 1) Prouver que les droites (FA) et (CE) sont parallèles.
- 2) Prouver que les longueurs FA et CE sont égales.
- 3) Prouver que les mesures des angles \widehat{IAD} et \widehat{IEB} sont égales.
- 4) Prouver que les points E , B et F sont alignés.

IV) Soit deux droites perpendiculaires (d_1) et (d_2) . Soit I un point n'appartenant à aucune de ces deux droites, on appelle (d_3) la droite symétrique de (d_1) par rapport à I .
Démontrer que (d_3) est perpendiculaire à (d_2) .

V) Soit un segment $[AB]$ de médiatrice (d) . On choisit sur (d) un point I , puis sur (IA) un point C . On appelle alors D le symétrique de C par rapport à (d) .

- 1) Montrer que I , B et D sont alignés.
- 2) Montrer que : $AC = BD$.
- 3) Montrer que (CD) est parallèle à (AB) .

VI) Deux cercles (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) ont le même centre I mais des rayons différents.

Le segment $[AB]$ est un diamètre du cercle (\mathcal{C}_1) et le segment $[CD]$ est un diamètre du cercle (\mathcal{C}_2) .

- 1) Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
- 2) Démontrer que les longueurs AD et BC sont égales.
- 3) Démontrer que les angles \widehat{ACB} et \widehat{ADB} ont la même mesure.

VII) Soit ABD un triangle rectangle en A , I le milieu de $[BD]$ et C le symétrique de A par rapport à I .

- 1) Montrer que l'angle \widehat{DCB} est droit.
- 2) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- 3) Montrer que l'angle \widehat{ADC} est droit.

VIII) Soit un segment $[AB]$ et (d) sa médiatrice. On appelle I le point d'intersection de $[AB]$ avec (d) .
Déterminer le symétrique de A par rapport à I .

IX) Soit un quadrilatère $ABCD$. On appelle E et F les points tels que A soit le milieu de $[BE]$ et aussi celui de $[DF]$. Puis, on définit G et H , les symétriques respectivement de B et D par rapport à C .
Montrer que : $EF = GH$.

X) Soit un triangle ABC tel que $AB = AC = 4\text{cm}$ et $BC = 6\text{cm}$. On construit alors F le symétrique de C par rapport à B , E le symétrique de A par rapport à B et G le symétrique de F par rapport à E .

- 1) Montrer que : $EF = 4\text{cm}$.
- 2) Montrer que : $EG = 4\text{cm}$.
- 3) Montrer que (EG) est parallèle à (AC) .

XI) Le triangle ABC est isocèle en A et D est le symétrique de B par rapport à A .
Montrer que le triangle ADC est isocèle.

XII) On considère un triangle ABC . On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$.
Soit E le symétrique de C par rapport à I et F le symétrique de E par rapport à J .

- 1) Montrer que $EA = BC$ et (EA) est parallèle à (BC) .
- 2) Montrer que $CF = BC$ et que B , C et F sont alignés.
- 3) Montrer que F est le symétrique de B par rapport à C .

XIII) Soit un triangle ABC , I le milieu de $[BC]$, et (d) la médiatrice de $[BC]$. (d) coupe (AB) en J . On appelle D le symétrique de A par rapport à I puis E le symétrique de A par rapport à (d) et K le symétrique de J par rapport à I .

- 1) Démontrer que les points K , D et C sont alignés.
- 2) Démontrer que : $AC = BE$.
- 3) Démontrer que : $AC = BD$.
- 4) En déduire la nature du triangle BED .

XIV) (d_1) et (d_2) sont deux droites sécantes en un point I . Soit A un point n'appartenant à aucune de ces deux droites. On construit successivement le point B symétrique de A par rapport à (d_1) , puis le point C symétrique de B par rapport à (d_2) et enfin le point D symétrique de C par rapport au point I .

- 1) Démontrer que : $IA = IB = IC = ID$.
- 2) Que peut-t-on en déduire concernant les points A , B , C et D ?