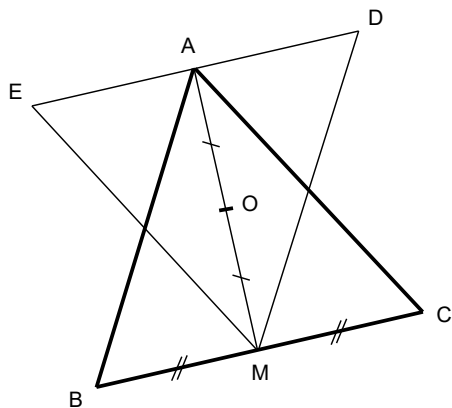


# SYMÉTRIE CENTRALE : EXERCICE RÉDIGÉ

## I) ÉNONCÉ

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Soit  $M$  le milieu de  $[BC]$  et  $O$  le milieu de  $[AM]$ . On appelle alors respectivement  $D$  et  $E$  les symétriques de  $B$  et  $C$  par rapport à  $O$ .

- 1) Montrer que  $E$ ,  $A$  et  $D$  sont alignés.
- 2) Déterminer la longueur  $EM$ .
- 3) Montrer que les droites  $(EM)$  et  $(CA)$  sont parallèles.
- 4) Montrer que  $\widehat{DMA} = \widehat{BAM}$



## II) RÉDACTION

### Hypothèses :

$ABC$  est un triangle équilatéral  
 $AB = BC = AC = 3$  cm  
 $M$  est le milieu de  $[BC]$   
 $O$  est le milieu de  $[AM]$   
 $D$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$   
 $E$  est le symétrique de  $C$  par rapport à  $O$

### 1) Montrer que $E$ , $A$ et $D$ sont alignés.

Par hypothèses,

- $M$  est le milieu de  $[BC]$  donc  $C$ ,  $M$ , et  $B$  sont alignés
- $E$  est le symétrique de  $C$  par rapport à  $O$
- $O$  est le milieu de  $[AM]$  donc  $A$  est le symétrique de  $M$  par rapport à  $O$
- $D$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$ .

Or si des points sont alignés alors leurs symétriques sont alignés

donc  $E$ ,  $A$  et  $D$  sont alignés

### 2) Déterminer $EM$ .

Par hypothèses,

- $O$  est le milieu de  $[AM]$  donc  $M$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$
- $E$  est le symétrique de  $C$  par rapport à  $O$

donc  $[EM]$  est le symétrique de  $[CA]$  par rapport à  $O$ .

Or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur

donc  $EM = AC$

donc  $EM = 3$  cm

### 3) Montrer que : $(EM) \parallel (CA)$

D'après 2),

- $[EM]$  est symétrique de  $[CA]$  par rapport à  $O$  donc  $(EM)$  est symétrique de  $(CA)$ .

Or l'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle

donc  $(EM)$  est parallèle à  $(CA)$

### 4) Montrer que : $\widehat{DMA} = \widehat{BAM}$

Par hypothèses,

- $D$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $O$
- $O$  est le milieu de  $[AM]$   
donc  $M$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$   
et  $A$  est le symétrique de  $M$

donc  $\widehat{DMA}$  est le symétrique de  $\widehat{BAM}$  par rapport à  $O$ .  
Or le symétrique d'un angle est un angle de même mesure

donc  $\widehat{DMA} = \widehat{BAM}$