

# TRIANGLES

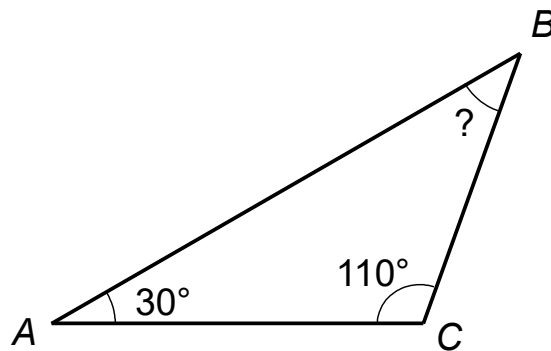
Faire au préalable l'activité 4 p183 à la maison

## I) LES DEUX PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES

### 1) Somme des mesures des angles d'un triangle

Propriété :

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$ .



Ex : Déterminons l'angle  $\widehat{ABC}$  ci-dessus :

Dans le triangle  $ABC$ , on a par hypothèse :  $\widehat{BAC} = 30^\circ$  et  $\widehat{ACB} = 110^\circ$   
or, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$

$$\text{donc } \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180$$

$$\text{donc } \widehat{ABC} + 30 + 110 = 180$$

$$\text{donc } \widehat{ABC} + 140 = 180$$

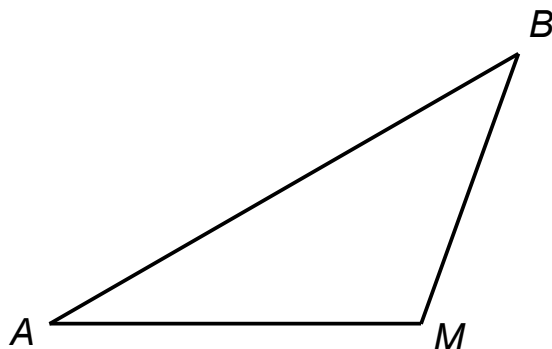
$$\text{donc } \widehat{ABC} = 40^\circ$$

oral p192: 44, 45  
constructions p193: 59, 60

démonstrations  
p192: 48, 51  
p193: 54, 57

## 2) Inégalité triangulaire

Le chemin le plus court entre deux points  $A$  et  $B$  est la ligne droite.  
Faire un détour par un 3ème point  $M$  ne peut qu'allonger le trajet.



### Propriété :

Soient  $A$ ,  $B$  et  $M$  trois points quelconques, on a :  $AB \leq AM + MB$ .

### Remarques :

- Il y a égalité ( $AB = AM + MB$ ) uniquement lorsque  $M$  appartient à  $[AB]$
- Dans un triangle, le plus grand côté doit donc être plus petit que la somme des longueurs des deux autres.

oral p188: 15  
constructions p186: 2

p188: 19, 20  
p189: 21, 26  
p196: 83, 87

## II) CONSTRUIRE UN TRIANGLE

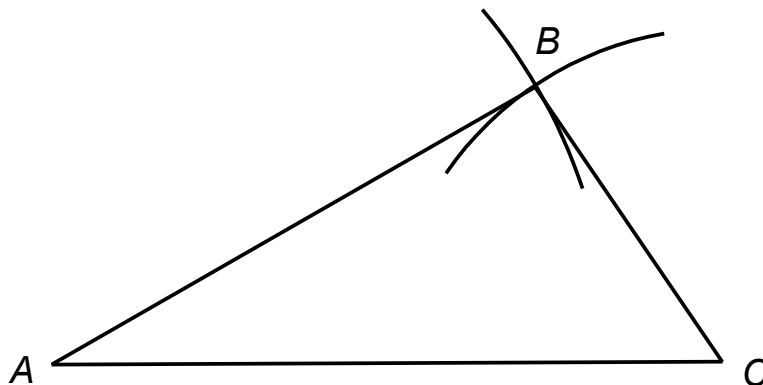
Dans les exemples ci-dessous, on précisera l'ordre de construction des points.

### 1) Connaissant les 3 côtés

**Ex1 :** Hypothèses :  $AB = 5\text{cm}$  ;  $AC = 6\text{cm}$  ;  $BC = 3\text{cm}$

Ordre de construction :

- $A$
- $C$  tel que :  $AC = 6\text{cm}$
- $B$  tel que :  $AB = 5\text{cm}$   
et  $BC = 3\text{cm}$



**Ex2 :** Hypothèses :  $AB = 3\text{cm}$  ;  $BC = 4\text{cm}$  ;  $AC = 8\text{cm}$

Ordre de construction :

- On remarque que :  $AC > AB + BC$ .  
L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée : on ne peut donc pas construire le triangle  $ABC$ .

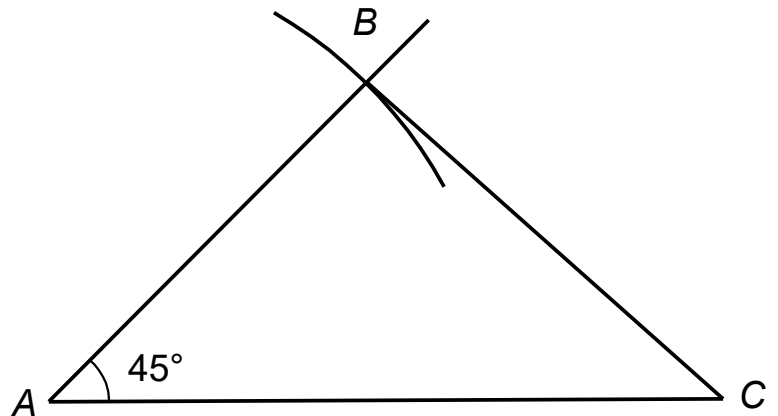
**Bilan :** L'inégalité triangulaire doit être vérifiée.

## 2) Connaissant 2 côtés et 1 angle

Ex3 : Hypothèses :  $AB = 4\text{cm}$  ;  $AC = 6\text{cm}$  ;  $\widehat{BAC} = 45^\circ$

Ordre de construction :

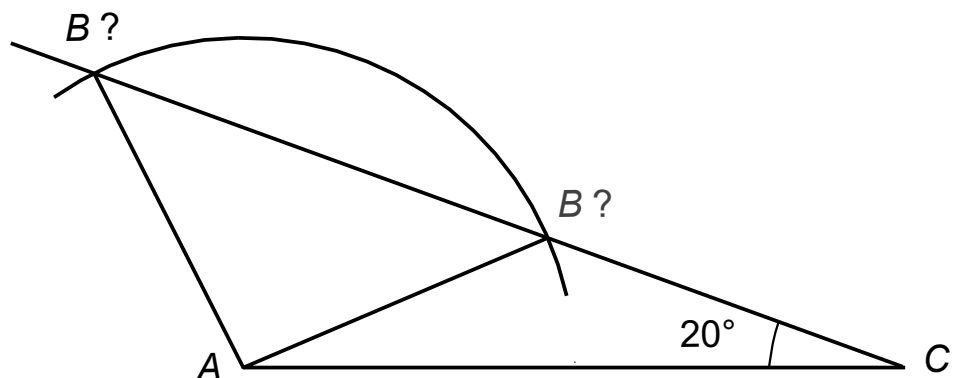
- $A$
- $C$  tel que :  $AC = 6\text{cm}$
- $B$  tel que :  $\widehat{BAC} = 45^\circ$   
et  $AB = 4\text{cm}$



Ex4 : Hypothèses :  $AB = 3\text{cm}$  ;  $AC = 6\text{cm}$  ;  $\widehat{ACB} = 20^\circ$

Ordre de construction :

- $A$
- $C$  tel que :  $AC = 6\text{cm}$
- $B$  tel que :  
 $\widehat{ACB} = 20^\circ$   
et  $AB = 4\text{cm}$



**Bilan :** Si l'angle connu est compris entre les deux côtés connus, la construction ne pose pas de problème.

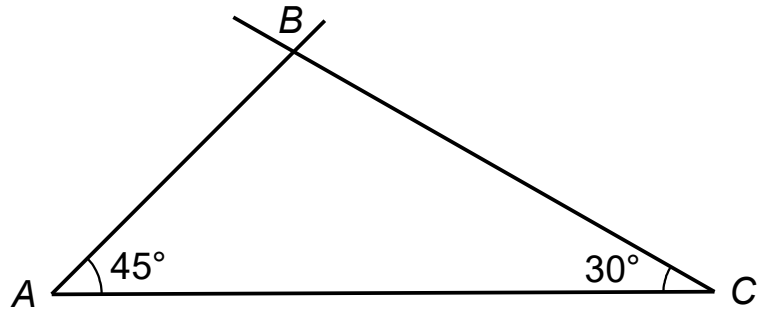
Sinon, tout dépend des valeurs de l'énoncé (0, 1 ou 2 triangles possibles !)

### 3) Connaissant 1 côté et 2 angles

**Ex5 :** Hypothèses :  $AC = 6\text{cm}$  ;  $\widehat{BAC} = 45^\circ$  ;  $\widehat{BCA} = 30^\circ$

Ordre de construction :

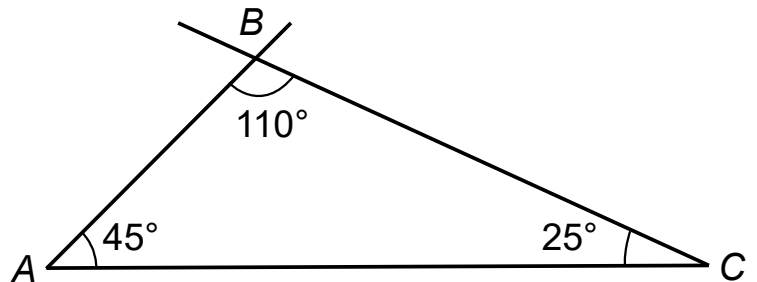
- $A$
- $C$  tel que :  $AC = 6\text{cm}$
- $B$  tel que :  $\widehat{BAC} = 45^\circ$   
et  $\widehat{BCA} = 30^\circ$



**Ex6 :** Hypothèses :  $AC = 6\text{cm}$  ;  $\widehat{BAC} = 45^\circ$  ;  $\widehat{ABC} = 110^\circ$

Ordre de construction :

- $A$
- $C$  tel que :  $AC = 6\text{cm}$
- $B$  tel que :  $\widehat{BAC} = 45^\circ$   
et  $\widehat{BCA} = 180 - 45 - 110 = 25^\circ$

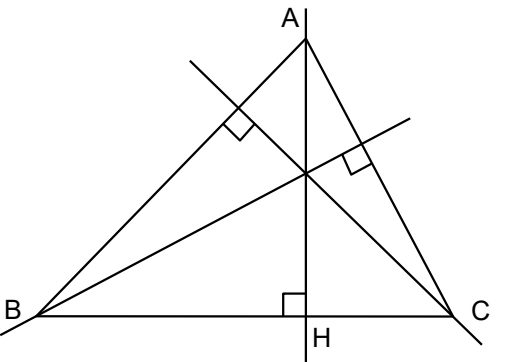
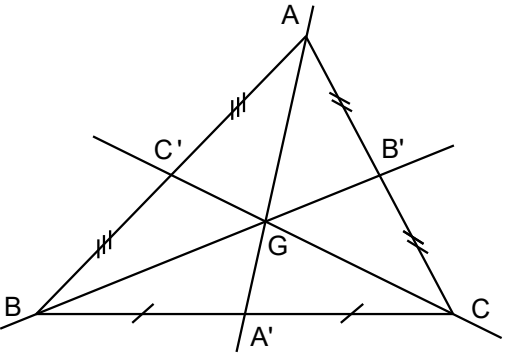
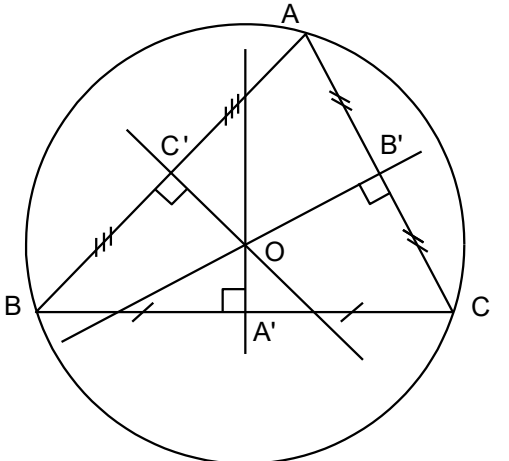
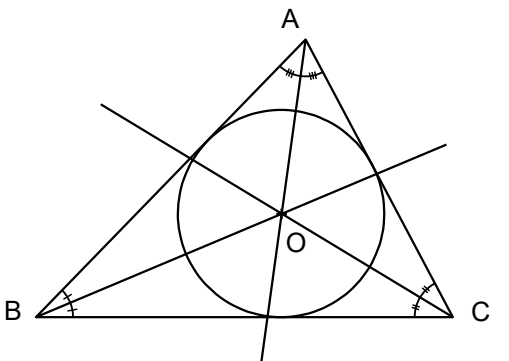


**Bilan :** Si le côté connu est compris entre les deux angles connus, la construction ne pose pas de problème.  
Sinon, on calcule le 3<sup>ème</sup> angle.

p186: 5, 6

p187: 7, 8, 9, 11, 13

### III) DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE

Figure	Définition	Point de concours
	<p>Les <b>hauteurs</b> d'un triangle sont les droites passant par un sommet et coupant le côté opposé perpendiculairement.</p>	<p>Orthocentre</p>
	<p>Les <b>médianes</b> d'un triangle sont les droites passant par un sommet et coupant le côté opposé en son milieu.</p>	<p>Centre de gravité</p>
	<p>La <b>médiatrice</b> d'un <u>segment</u> est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement et en son milieu.</p>	<p>Centre du cercle circonscrit</p>
	<p>La <b>bissectrice</b> d'un <u>angle</u> est la demi-droite qui le partage en deux angles égaux.</p>	<p>Centre du cercle inscrit</p>

## Vocabulaire :

- Les hauteurs et médianes sont **issues** d'un sommet et **relatives à** un côté.
- On parle de médiatrice **d'un** côté et de bissectrice **d'un** angle.
- Le cercle est circonscrit **au** triangle.
- Dans la 1<sup>ère</sup> figure,  $H$  est appelé **pied de la hauteur** issue de  $A$ .

## Remarques :

- La hauteur issue de  $A$  désigne selon le contexte soit la droite  $(AH)$ , soit le segment  $[AH]$ , soit la longueur  $AH$ .
- De même, la médiane issue de  $A$  désigne selon le contexte soit la droite  $(AA')$ , soit le segment  $[AA']$ .

oral

p190: 31, 34, 35

p195: 73, 74

constructions

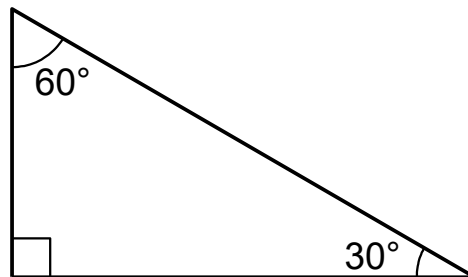
p191: 36, 37, 43

p195: 77, 78

p197: 95

## IV) TRIANGLES PARTICULIERS

### 1) Triangles rectangles



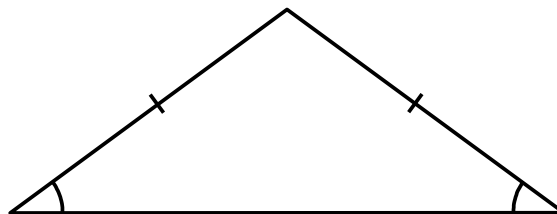
#### Propriété :

Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.

#### Caractérisation :

Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.

### 2) Triangles isocèles



#### Propriété :

Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont de même mesure.

#### Caractérisation :

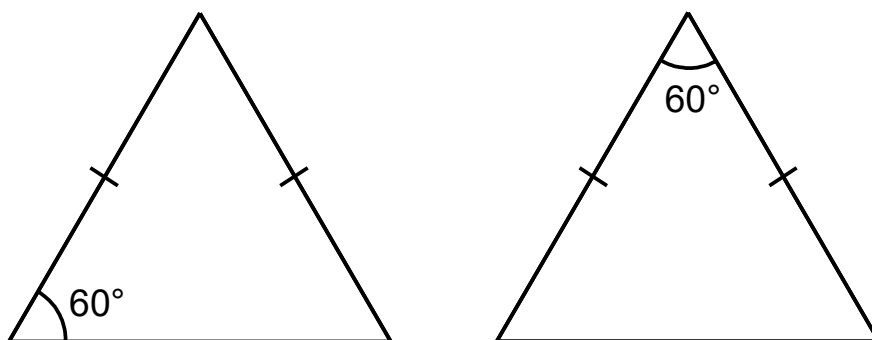
Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

#### Propriété :

Dans un triangle isocèle, la hauteur, la médiane et la médiatrice passant par le sommet principal sont confondues.



### 3) Triangles équilatéraux



#### Caractérisation :

Si un triangle isocèle a un angle de  $60^\circ$ , alors il est équilatéral.

constructions

p187: 14

p194: 66, 67, 68

démonstrations

p192: 52, 53

p193: 55, 56

p195: 80, 81, 82

p197: 90, 91, 92

défis

p199: 99, 100

scratch

p201: 4