

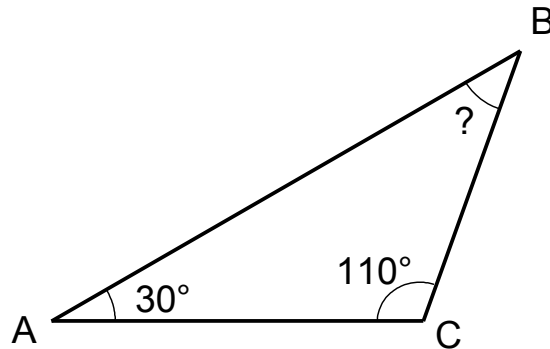
TRIANGLES

I) LES DEUX PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES

1) Somme des mesures des angles d'un triangle

Propriété :

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180° .



Ex : Déterminons l'angle \widehat{ABC} ci-dessus :

Dans le triangle ABC , on a par hypothèse : $\widehat{BAC} = 30^\circ$ et $\widehat{ACB} = 110^\circ$
or, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

$$\text{donc } \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180$$

$$\text{donc } \widehat{ABC} + 30 + 110 = 180$$

$$\text{donc } \widehat{ABC} + 140 = 180$$

$$\text{donc } \widehat{ABC} = 40^\circ$$

2) Inégalité triangulaire

Propriété :

Soient A , B et C trois points quelconques, on a : $AC \leq AB + BC$.

Remarques :

- Il y a égalité ($AC = AB + BC$) uniquement lorsque B appartient à $[AC]$
- Dans un triangle, le plus grand côté doit donc être plus petit que la somme des longueurs des deux autres.

oral p178: 22, 23, 24

p177: 21

p183: 85, 86

II) CONSTRUIRE UN TRIANGLE

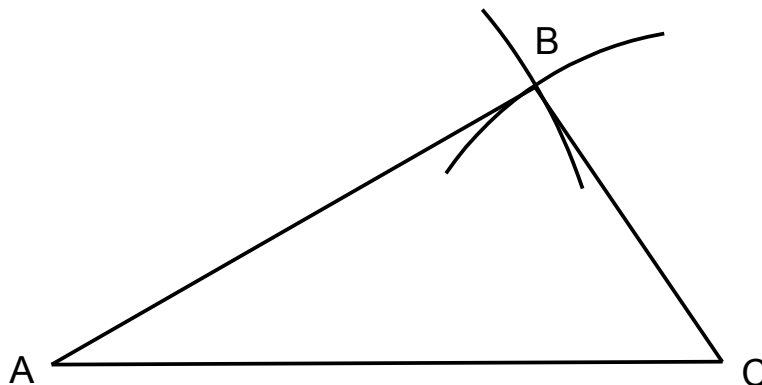
Dans les exemples ci-dessous, on précisera l'ordre de construction des points.

1) Connaissant les 3 côtés

Ex1 : Hypothèses : $AB = 5\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$; $BC = 3\text{cm}$

Ordre de construction :

- A et C tels que : $AC = 6\text{cm}$
- B tel que : $AB = 5\text{cm}$
et $BC = 3\text{cm}$



Ex2 : Hypothèses : $AB = 3\text{cm}$; $BC = 4\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$

Ordre de construction :

- On remarque que : $AC > AB + BC$.
L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée : on ne peut donc pas construire le triangle ABC .

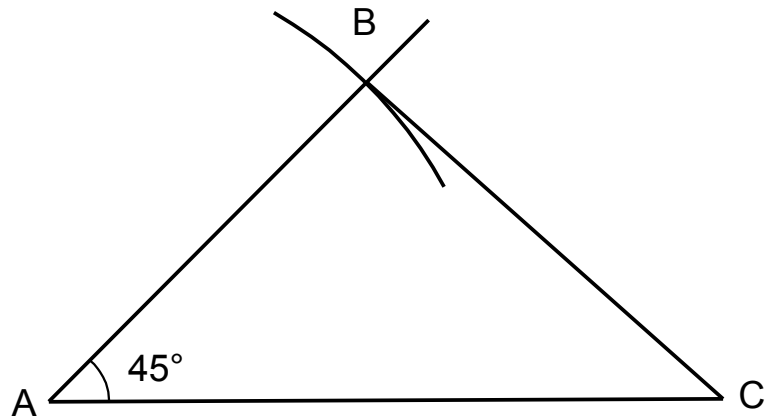
Bilan : L'inégalité triangulaire doit être vérifiée.

2) Connaissant 2 côtés et 1 angle

Ex3 : Hypothèses : $AB = 4\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$; $\widehat{BAC} = 45^\circ$

Ordre de construction :

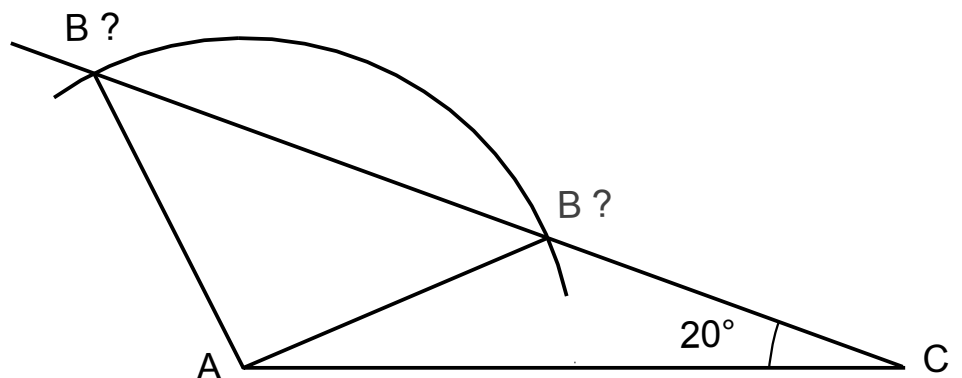
- A et C tels que : $AC = 6\text{cm}$
- B tel que : $\widehat{BAC} = 45^\circ$
et $AB = 4\text{cm}$



Ex4 : Hypothèses : $AB = 3\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$; $\widehat{ACB} = 20^\circ$

Ordre de construction :

- A et C tels que :
 $AC = 6\text{cm}$
- B tel que :
 $\widehat{ACB} = 20^\circ$
et $AB = 4\text{cm}$



Bilan : Si l'angle connu est compris entre les deux côtés connus, la construction ne pose pas de problème.

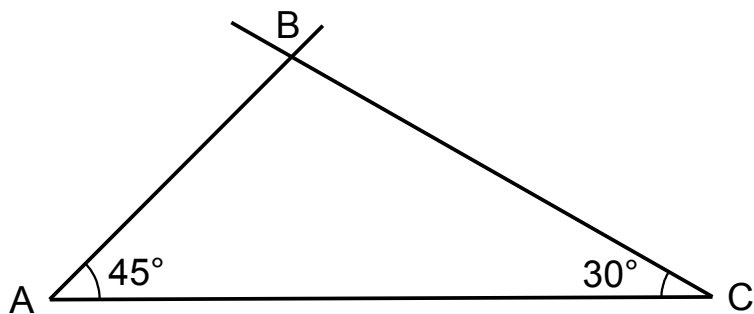
Sinon, tout dépend des valeurs de l'énoncé (0, 1 ou 2 triangles possibles !)

3) Connaissant 1 côté et 2 angles

Ex5 : Hypothèses : $AC = 6\text{cm}$; $\widehat{BAC} = 45^\circ$; $\widehat{BCA} = 30^\circ$

Ordre de construction :

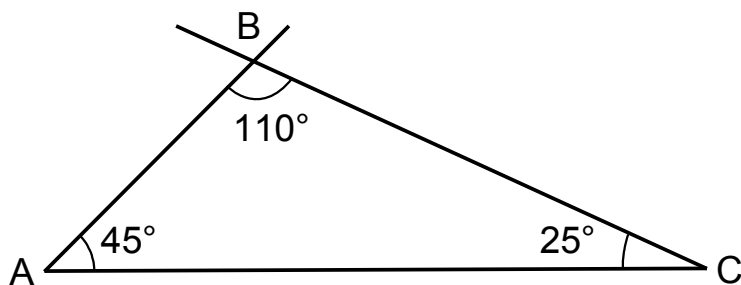
- A et C tels que : $AC = 6\text{cm}$
- B tel que : $\widehat{BAC} = 45^\circ$
et $\widehat{BCA} = 30^\circ$



Ex6 : Hypothèses : $AC = 6\text{cm}$; $\widehat{BAC} = 45^\circ$; $\widehat{ABC} = 110^\circ$

Ordre de construction :

- A et C tels que : $AC = 6\text{cm}$
- B tel que : $\widehat{BAC} = 45^\circ$
et $\widehat{BCA} = 180 - 45 - 110 = 25^\circ$



Bilan : Si le côté connu est compris entre les deux angles connus, la construction ne pose pas de problème.
Sinon, on calcule le 3^{ème} angle.

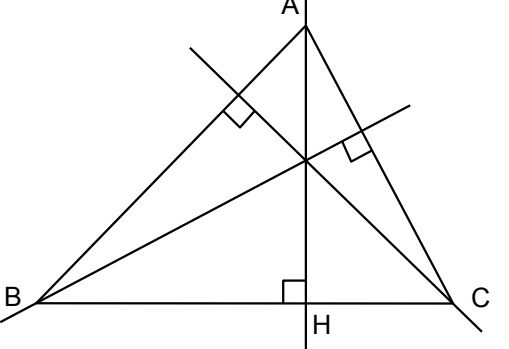
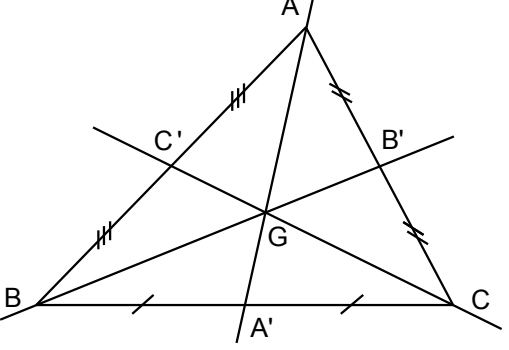
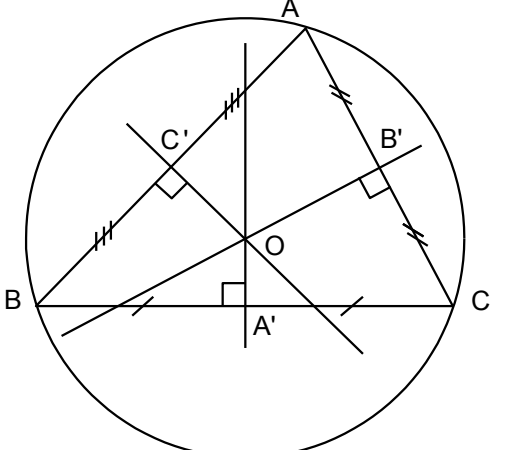
p176: 1, 3, 4, 7, 8, 9

p177: 11, 12

p178: 34

p179: 42, 43

III) DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE

Figure	Définition	Point de concours
	<p>Les hauteurs d'un triangle sont les droites passant par un sommet et coupant le côté opposé perpendiculairement.</p>	<p>Orthocentre</p>
	<p>Les médianes d'un triangle sont les droites passant par un sommet et coupant le côté opposé en son milieu.</p>	<p>Centre de gravité</p>
	<p>La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement et en son milieu.</p>	<p>Centre du cercle circonscrit</p>

Vocabulaire :

- Les hauteurs et médianes sont **issues** d'un sommet et **relatives à** un côté.
- La médiatrice est médiatrice **d'un** côté.
- Le cercle est circonscrit **au** triangle.
- Dans la 1^{ère} figure, H est appelé **pied de la hauteur** issue de A .

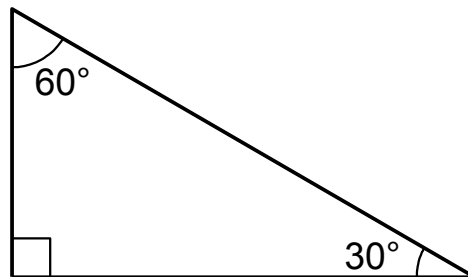
Remarques :

- La hauteur issue de A désigne selon le contexte soit la droite (AH) , soit le segment $[AH]$, soit la longueur AH .
- De même, la médiane issue de A désigne selon le contexte soit la droite (AA') , soit le segment $[AA']$.
- En 4^{ème}, nous ajouterons les bissectrices à cette liste des droites remarquables.

oral p178: 32, 33
p180: 48, 50, 51, 52

IV) TRIANGLES PARTICULIERS

1) Triangles rectangles



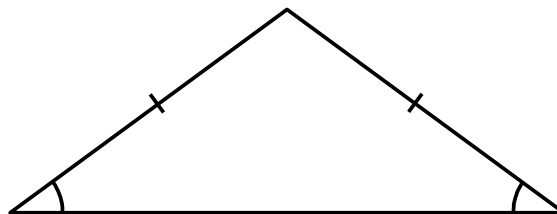
Propriété :

Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.

Caractérisation :

Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.

2) Triangles isocèles



Propriété :

Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont de même mesure.

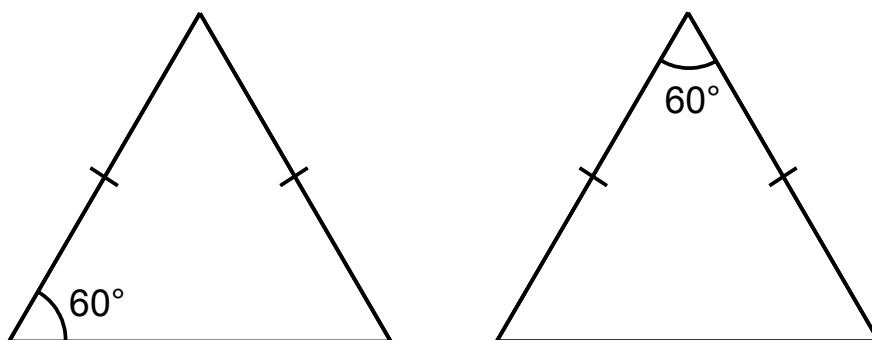
Caractérisation :

Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

Propriété :

Dans un triangle isocèle, la hauteur, la médiane et la médiatrice passant par le sommet principal sont confondues.

3) Triangles équilatéraux



Caractérisation :

Si un triangle isocèle a un angle de 60° , alors il est équilatéral.

oral :

p178: 26, 28, 31

p179: 45

p180: 47

constructions :

p177: 14, 16, 17

p179: 37

p182: 72

p183: 79

démonstrations :

p177: 18, 19

p180: 46

p182: 67, 75

p184: 87