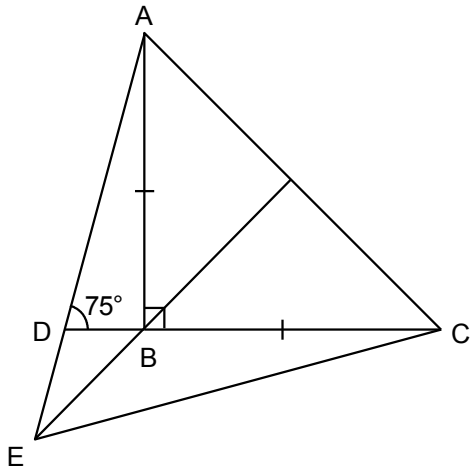


# TRIANGLES : EXERCICE RÉDIGÉ

## I) ÉNONCÉ

Soit  $ABC$  un triangle rectangle isocèle en  $B$ . Sur la droite  $(BC)$ , on place le point  $D$  tel que le triangle  $ABD$  soit extérieur à  $ABC$  et  $\widehat{ADB} = 75^\circ$ . On appelle  $E$  le point de  $[AD)$  tel que  $AE$  soit égal à  $AC$ .

- 1) Déterminer les angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{DAC}$ .
- 2) Quelle est la nature du triangle  $EAC$  ?
- 3) Montrer que la droite  $(EB)$  est perpendiculaire à  $(AC)$ .



## II) RÉDACTION

### Hypothèses :

$ABC$  est un triangle rectangle isocèle en  $B$   
 $D \in (BC)$  et  $\widehat{ADB} = 75^\circ$   
 $E \in [AD)$  et  $AE = AC$

### 1) Calcul de $\widehat{ACB}$ .

Par hypothèses,  $ABC$  est isocèle en  $B$   
 Or dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont de même mesure

donc :  $\widehat{ACB} = \widehat{CAB}$

De plus, par hypothèses,  $ABC$  est rectangle en  $B$

Or dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires

donc  $\widehat{ACB} + \widehat{CAB} = 90$

donc  $2 \times \widehat{ACB} = 90$

donc  $\widehat{ACB} = 45^\circ$

### Calcul de $\widehat{DAC}$ .

Dans le triangle  $ADC$ , on a :

- D'après ce qui précède,  $\widehat{ACB} = 45^\circ$  et par hypothèses

$D \in (BC)$  donc  $\widehat{ACD} = 45^\circ$

- Par hypothèses,  $\widehat{ADB} = 75^\circ$  et  $D \in (BC)$  donc

$\widehat{ADC} = 75^\circ$

Or dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à  $180^\circ$

donc  $\widehat{DAC} + \widehat{ACD} + \widehat{ADC} = 180$

donc  $\widehat{DAC} + 45 + 75 = 180$

donc  $\widehat{DAC} + 120 = 180$

donc  $\widehat{DAC} = 60^\circ$

### 2) Nature de $EAC$

- Par hypothèses,  $AE = AC$  donc le triangle  $EAC$  est isocèle en  $A$
- D'après 1),  $\widehat{DAC} = 60^\circ$  et par hypothèses,  $E \in [AD)$  donc  $\widehat{EAC} = 60^\circ$

Or si un triangle isocèle a un angle de  $60^\circ$ , alors il est équilatéral.

donc  $\boxed{\text{le triangle } EAC \text{ est équilatéral}}$

### 3) $(EB)$ perpendiculaire à $(AC)$

- Par hypothèses,  $ABC$  est isocèle en  $B$  donc  $BA = BC$

Or tout point équidistant des extrémités d'un segment, appartient à la médiatrice de ce segment.

donc  $B$  appartient à la médiatrice de  $[AC]$

- De même, d'après 2),  $EAC$  est équilatéral donc  $EA = EC$

Or tout point équidistant des extrémités d'un segment, appartient à la médiatrice de ce segment.

donc  $E$  appartient à la médiatrice de  $[AC]$

Bilan :  $(BE)$  est la médiatrice de  $[AC]$

or la médiatrice d'un segment coupe ce segment perpendiculairement en son milieu

donc  $\boxed{(EB) \text{ est perpendiculaire à } (AC)}$