POURCENTAGES

I) A QUOI SERVENT LES POURCENTAGES ?

On utilise les pourcentages dans deux situations différentes :

- Soit pour exprimer le rapport d'une partie à un tout
  Ex : 60% des élèves de la classe habitent à Versailles
- Soit pour exprimer une évolution
  Ex : cette année, il y a 10% d'élèves en plus dans la classe par rapport à l'an dernier

II) POURCENTAGES DÉCRIVANT LE RAPPORT D'UNE PARTIE À UN TOUT

1) Trouver un pourcentage

Ex : Il y a 25 élèves dans la classe dont 5 hellénistes.
Pour trouver le pourcentage d'hellénistes parmi les élèves de la classe, on peut :

- Utiliser un tableau de proportionnalité

Nombre d'élèves	Nombre d'hellénistes
25	5
100	?

$\frac{5}{25} = \frac{?}{100}$ ou encore $\frac{25}{100} = \frac{5}{?}$

- Faire un produit en croix

$$\frac{5\times100}{25} = 20$$

Rédaction : Déterminons le pourcentage des hellénistes :
$\frac{5\times100}{25} = 20$ donc il y a 20% d'hellénistes dans la classe

⚠ <u>à la rédaction !</u> Le pourcentage demandé n'est ni 20, ni $\frac{20}{100}$, ni 0,20 mais 20%

2) Attention à l'ensemble de référence

Si des pourcentages ne sont pas relatifs au même ensemble de référence :

- On ne peut ni les ajouter, ni les retrancher
- Ils ne sont pas nécessairement dans le même ordre que les données initiales

p13: TD5
p16: 1, 3, 4
p19: 22, 24, 26
p20: 28, 30
p23: 39, 41
p24: 58, 59, 60

3) Pourcentages de pourcentages

Ex : 90% des élèves de la classe étaient l'an dernier en 2^{nde} dans notre lycée et 18% de ceux-ci viennent de 2D. Quel est le pourcentage d'élève de la classe venant de 2D ?

Rédaction : Soit N le nombre d'élèves de la classe.

Le nombre d'élèves venant de l'une des 2^{nde} du lycée est $\frac{90}{100}$ N

Le nombre d'élèves venant de 2D est : $\frac{18}{100}\left(\frac{90}{100}\text{ N}\right)=\frac{16,2}{100}\text{ N}$ $\qquad \frac{18\times 90}{100}$

Il y a donc 16,2% des élèves de la classe qui viennent de 2D

4) Indices

Pour mettre en valeur une évolution par rapport à une année de référence, on peut utiliser des indices.

Ex : Prix du pétrole OPEP en $

Année	70	73	75	80	85	90	95	00
Prix du baril en $	1,67	3,05	10,73	28,64	27,01	22,26	16,86	14,72
Indice base 100 en 73		100						

$\times \frac{100}{3,05}$

p21: 31, 34

III) POURCENTAGE D'EVOLUTION

1) Coefficient multiplicateur

- **Augmentation :**

Ex : Soit P le prix initial d'un CD. Quel sera son prix final P' après une augmentation de 30% ?

$$P' = P + \frac{30}{100} P = P \underbrace{\left(1 + \frac{30}{100}\right)}_{\text{Ce coefficient multiplicateur permet de passer de P à P'}}$$

Pour augmenter une quantité de t%, il suffit de la multiplier par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

- **Diminution :**

Ex : Même question que ci-dessus après une baisse de 30% ?

$$P' = P - \frac{30}{100} P = P \underbrace{\left(1 - \frac{30}{100}\right)}_{\text{Coefficient multiplicateur}}$$

Pour diminuer une quantité de t%, il suffit de la multiplier par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$

p16: 5, 8, 9
p17: 11, 12
p18: 17, 18, 20
p19: 25
p23: 47

2) Paradoxes apparents

- Une hausse de t% n'est pas compensée par une baisse de t% :

Ex : $2500 \xrightarrow{+10\%} 2750 \xrightarrow{-10\%} 2475$

- Des pourcentages de hausse successifs (ou de baisse) ne s'ajoutent pas :

Ex : $2000 \xrightarrow{+50\%} 3000 \xrightarrow{+50\%} 4500$

$2000 \xrightarrow[+100\%]{} 4000$

Ces paradoxes sont liés à des changements d'ensembles de références : cf II)2)

- Ne pas confondre "points" et "pour cents" :

Ex : Le mois dernier, un homme politique avait 30% d'opinions favorables. Ce mois-ci, il en a 36%. On dit qu'il est monté de 6 points. A-t-il conquis 6% de français en plus ?

Rédaction :

Appelons N le nombre de français interrogés :

Le nombre de personnes lui étant favorable le mois dernier était :

Le nombre de personnes lui étant favorable ce mois ci est :

Appelons t% le pourcentage d'augmentation : $\frac{36}{100} N = \frac{30}{100} N \left(1 + \frac{t}{100}\right)$

donc $1 + \frac{t}{100} = \frac{36}{30}$ donc $\frac{t}{100} = \frac{36}{30} - 1$ donc $t = 100\left(\frac{36}{30} - 1\right) = 20.$

Il a donc conquis 20% de français en plus.

3) Pourcentage global d'évolution

Ex : 18 000 personnes ont fréquenté la bibliothèque municipale en 1998.
Cette fréquentation a augmenté de 17% en 99, de 10% en 2000 et baissé de 5% en 2001.
Quel est le pourcentage global d'augmentation de la fréquentation sur ces trois années ?

• Appelons B le nombre de personnes ayant fréquenté la bibliothèque en 2001.

$$B=\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{18\,000}_{1998}\left(1+\frac{17}{100}\right)}_{1999}\left(1+\frac{10}{100}\right)}_{2000}\left(1-\frac{5}{100}\right)}_{2001} = 18\,000 \times 1{,}17 \times 1{,}1 \times 0{,}95$$

• Appelons t% le pourcentage global d'augmentation sur 3 ans :

$$B = 18\,000\left(1+\frac{t}{100}\right)$$

On a donc : $18\,000 \times 1{,}17 \times 1{,}1 \times 0{,}95 = 18\,000\left(1+\frac{t}{100}\right)$

donc $1+\frac{t}{100} = 1{,}17 \times 1{,}1 \times 0{,}95$

donc $\frac{t}{100} =$

donc t =

Le pourcentage global d'augmentation est donc d'environ 22,3% (Rem: 17% + 10% − 5% = 22%)

p17: 15
p18: 16, 21
p23: 53, 54, 55, 56

4) Approximation linéaire

Nous avons vu que des pourcentages de hausse successifs ne s'ajoutent pas mais y a-t-il une grosse différence, par exemple, entre trois augmentations de t% et une seule augmentation de 3t% ?
Ex : Partons du nombre 1000 :

t	3 hausses successives de t% : 1000 ( )	1 hausse de 3t% : 1000 ( )	écart
50			
10			
1			
0,1			

On constate que plus t est faible, et plus une seule hausse de *n*t% donne une bonne approximation de *n* hausses successives de t%.

On dit que $\left(1 + \frac{nt}{100}\right)$ est une approximation linéaire de $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$

p22: 38