

COMPLÉMENTS SUR LES CALCULS

I) ENSEMBLES DE NOMBRES

Avant un calcul contenant une variable, nous allons prendre l'habitude de définir cette variable à l'aide des notations ci-dessous :

1) Rappels

- \mathbb{N} désigne l'ensemble des
- \mathbb{Z} désigne l'ensemble des
- \mathbb{D} désigne l'ensemble des (qui ont un nombre de décimales fini et peuvent donc s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$)

Ex : $1,23 =$

en revanche, $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D} !$

- \mathbb{Q} désigne l'ensemble des (quotients d'entiers $\frac{\pi}{2} \in \mathbb{Q} !$)
- \mathbb{R} désigne l'ensemble des (tous les nombres connus en 2^{de})

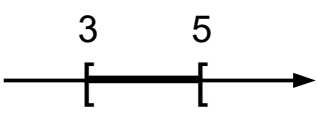
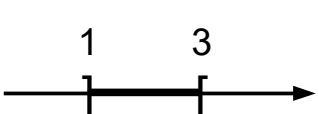
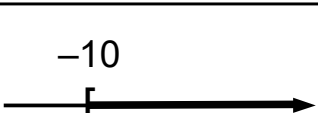
2) Notations complémentaires

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- \mathbb{R}^+ désigne l'ensemble des réels positifs ou nuls
- \mathbb{Q}^* désigne l'ensemble des rationnels sauf zéro
- $\mathbb{R} \setminus \{1 ; 3\}$ désigne l'ensemble des réels sauf 1 et 3

p26: 8
+ commencer feuille 1.1

3) Intervalles de \mathbb{R}

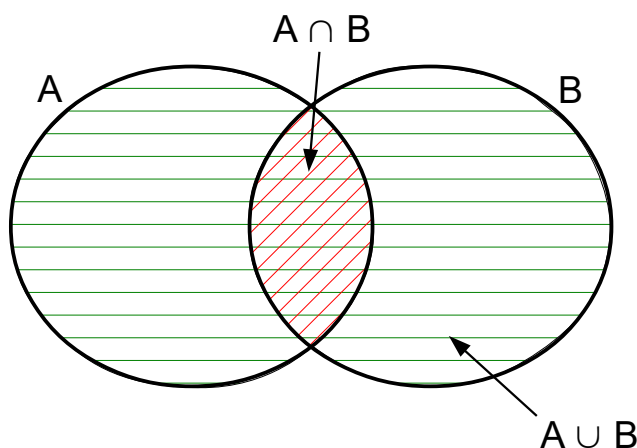
Un intervalle de \mathbb{R} est un ensemble de réels définis par un encadrement ou une inégalité.

L'ensemble des réels x tels que :	se représente graphiquement :	et se note :
$3 \leq x < 5$		
$3 > x > 1$		
$-10 \leq x$		

4) Intersections et réunions d'ensembles

Soient deux ensembles A et B.

- La réunion de A et de B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B. On la note $A \cup B$.
- L'intersection de A et de B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B. On la note $A \cap B$.

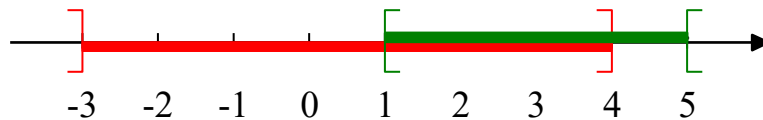


Ex avec des intervalles :

● $A = [1 ; 5[$ et $B =]-3 ; 4]$

$A \cap B =$

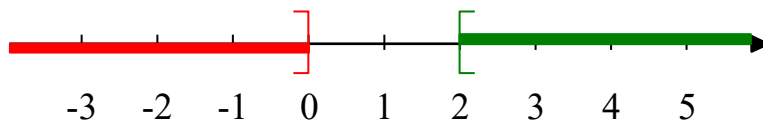
$A \cup B =$



● $A = [2 ; +\infty[$ et $B =]-\infty ; 0]$

$A \cap B =$

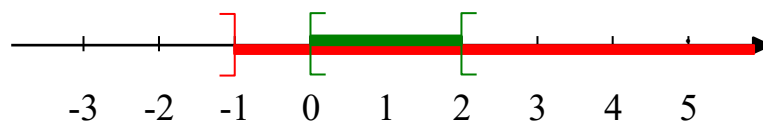
$A \cup B =$



● $A = [0 ; 2[$ et $B =]-1 ; +\infty[$

$A \cap B =$

$A \cup B =$



p25: 14

p26: 4, 5, 6, 7

+ feuille 1.2

II) VALEURS INTERDITES

1) Avec la calculatrice :

$$\frac{1}{0} = \quad \quad \quad \sqrt{-1} =$$

On dit que 0 et -1 sont respectivement des « valeurs interdites » des expressions $\frac{1}{x}$ et \sqrt{x} .

2) Dans les exercices :

En conséquence, pour définir une variable contenue dans une expression, on cherchera l'ensemble des valeurs de cette variable pour lesquelles :

- les dénominateurs de l'expression sont non nuls
- les radicandes sont positifs ou nuls

Ex : Simplifier $A = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{a-1}}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{a-1}}\right) \left(\frac{a-1}{a}\right)$

Conditions :

Pour tout a de _____, on a :

III) RÈGLES DE CALCUL

1) Quotients :

CONDITION	RÈGLE
	$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

2) Racines :

CONDITION	RÈGLE
	$\sqrt{0} = 0$ $\sqrt{a} \geq 0$ $(\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{a^2} = a$ $\sqrt{a^2} = -a$ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Remarque : Il n'y a pas de règle avec $\sqrt{a+b}$

3) Puissances : (n et m entiers strictement positifs)

CONDITION	RÈGLE
	$a^0 = 1$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \times n}$ $(ab)^n = a^n b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Remarque : Il n'y a pas de règle avec $a^m + a^n$

4) Identités remarquables :

CONDITION	RÈGLE
	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

IV) FACTORISER UNE EXPRESSION

Factoriser une expression, c'est chercher à la transformer en un produit de facteurs du 1^{er} degré. Pour cela, 3 techniques à essayer dans l'ordre :

1) D'abord, chercher un facteur commun

Pour tout x de \mathbb{R} :

$$A = (4x - 3)(x + 2) - x(8x - 6) - 4x + 3$$

2) Ensuite seulement, chercher une identité remarquable

Pour tout x de \mathbb{R} :

$$B = 32x^2 - 48x + 18$$

Développer :

p75: 87, 88, 89

Factoriser :

p76: 95, 96, 97, 98, 99

+ cf feuille 1.1

**3) Enfin, si l'expression est du 2nd degré,
faire apparaître une identité remarquable**

Pour tout x de \mathbb{R} :

$$C = x^2 - 3x + 2$$

rappel : $(x - b)^2 =$

reconnaître : $A^2 - B^2$

Pour tout x de \mathbb{R} :

$$D = 2x^2 + x - 3$$

factoriser l'expression par le terme
qui est devant le x^2

reconnaître $A^2 - B^2$

cf feuille 1.1

Algo :
p28: 19, 21, 23
p70: 22