

Classe 2D	Devoir Surveillé de mathématiques	Durée : 1h30
Mardi 19 septembre 2017		Pas de calculatrice

Exercice 1 : (3 points)

Donner le plus petit ensemble de nombres auquel appartient chacun des nombres suivants. Justifier par le calcul.

$$A = -\frac{39}{13} \quad B = \frac{\sqrt{4}}{25} \quad C = -\frac{4}{28} \quad D = 1 - \sqrt{5} \quad E = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{5}}{-\frac{1}{3} + 1} \quad F = \frac{\pi(\pi - 7)}{14\pi - 2\pi^2}$$

Exercice 2 : (5 points)

Déterminer l'union puis l'intersection des intervalles suivants après les avoir représentés sur un axe.

- 1) $I = [-4; 3]$ et $J = [-3; 5]$
- 2) $I = [0; 10]$ et $J =]10; +\infty[$
- 3) $I = [-1; 1]$ et $J = \mathbb{R}^{*+}$
- 4) $I =]4; 5[$ et $J = [4; +\infty[$
- 5) $I =]-7; 2[\cap [-1; \sqrt{5}]$ et $J = \left]-\frac{3}{2}; 0\right] \cup [1; 2]$

Exercice 3 : (2 points)

Ecrire le plus simplement possible, à l'aide d'intervalles ou de réunions d'intervalles.

- 1) $-2 < x < 1$ et $0 < x < 3$
- 2) $x < 1$ ou $x > -2$
- 3) $x > -5$ et $x \neq 3$
- 4) $x \leq -1$ ou $x > 5$

Exercice 4 : (1 point)

Ecrire à l'aide d'intervalles l'ensemble E des réels non nuls différents de -7 et strictement supérieurs à -10.

Exercice 5 : (2 points)

Compléter en utilisant les symboles \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$$[3; 4] \dots [-2; 6] \cup]5; 12]$$

$$6 \dots [5; 8] \cap]-\infty; 4]$$

$$\sqrt{16} \dots \mathbb{R}^*$$

$$\{-7\} \dots [-8; 5[$$

Exercice 6 : (7 points)

1) Pour tout x appartenant à \mathbb{R} , factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = (3 - x)^2 - (x + 3)^2$$

$$B(x) = (3x + 1)(-6x + 5) - 1 + 9x^2$$

$$C(x) = (1 - 2x)^2 - (2x - 1)^3$$

$$D(x) = (3 - 2x)(x - 3) + x^2 - 6x + 9 + (6 - 2x)(x - 1)$$

2) Pour tout x appartenant à \mathbb{R} , développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$E(x) = (4x + 5)^2 - (3 - 2x)^2$$

$$F(x) = 3(2 - x) - 5(2x + 3) - (2x - 7)(3x + 1)$$

$$G(x) = \left(5 - \frac{2}{7}x\right)\left(\frac{2}{7}x + 5\right) - \left(\frac{3}{7}x - 2\right)^2$$

I) 1) Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer $I \cup J$ et $I \cap J$ en justifiant à l'aide d'un schéma clair.

a) $I = [-8; 5]$ et $J =]1; 7[$

b) $I =]-\infty; 3]$ et $J =]3; 10[$

2) Écrire à l'aide d'intervalles l'ensemble K des réels **non nuls** différents de -5 et 6 .

II) Simplifier chacune des expressions suivantes et préciser le plus petit ensemble de nombres auquel elle appartient :

$$A = -\sqrt{(\pi - 4)^2} - \sqrt{(-2 + \pi)^2}$$

$$B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^4}{-24 \times 10^{-3}}$$

$$C = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \div \frac{16}{9}$$

III) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$

1) Donner, par le calcul, les images de -2 ; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{3}$.

2) Donner, par le calcul, le (ou les) antécédent(s) de 2 .

IV) Factoriser :

$$A = -8x^2 + 8x - 2$$

$$B = x - (x - 9)^3 - 9$$

$$C = 2x^2 + 5x - 3$$

V) 1) Écrire sans radical au dénominateur : $A = \frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \sqrt{7}$

2) Simplifier l'expression suivante : $B = \left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} \right)^2$

3) **En déduire** que le triangle EFG dont les dimensions sont données ci-dessous est rectangle.

$$EF = \frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \sqrt{7}$$

$$FG = \sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$EG = \sqrt{\frac{26}{15}}$$

BAREME PROBABLE : I) 3pts II) 4,5pts III) 3pts IV) 4,5 V) 5pts

I) Déterminer le plus petit ensemble de nombres auquel chacun des nombres suivants appartient :

$$A = -\frac{18}{5}$$

$$B = \frac{-0,36}{-0,06}$$

$$C = -10^{-5}$$

$$D = -\frac{\sqrt{25}}{7}$$

$$E = \frac{3\pi - 5\pi^2}{\pi(20\pi - 12)}$$

II) Écrire $F = \frac{(10^{-5})^2 \times (3 \times 10^4)^{-5}}{3^2 + 1}$ sous la forme $a^n \times b^m \times c^p$,

où a , b et c sont des entiers naturels les plus petits possibles et n , m et p sont des entiers relatifs.

III) Simplifier :

$$G = \frac{3\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \sqrt{50}}{\sqrt{32} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{8}}$$

$$H = \sqrt{0,1^4} \times \sqrt{500}$$

$$I = \sqrt{10^2} - \sqrt{(-8)^2}$$

$$J = \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} - 2\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$$

$$K = \left(\frac{4}{27} \div \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{32}{7} \div \frac{16}{5}\right)$$

$$L = \frac{15 \times (-6)^{-4}}{10^{-2} \times 25 \times (-12^{-2})}$$

IV) Écrire $M = 8,5151515151515 \dots$ sous la forme d'une fraction irréductible.
(Coup de pouce : Intéressez-vous à $100M \dots$)

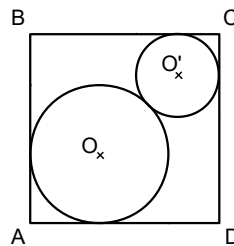
V) Factoriser :

$$N = 3(1-x)^2 - 27x^2$$

$$O = 0,25x^2 - x + 1$$

$$P = x^2(x-1) + 3x^2 - 3x + (x-1)(3x+5)$$

VI) Les deux cercles ci-dessous ont respectivement pour rayons x et y et ils sont à la fois tangents entre eux et tangents au carré $ABCD$. Sachant que $AB = 1$, combien vaut $x + y$? (Justifier rapidement)



BAREME PROBABLE : I) 3pts II) 1,5pts III) 6,5pts IV) 2,5pts V) 4,5pts VI) 2pts