2^{des} Composition du 20X08 2h Corrigé succinct

I) Démontrer une égalité

Pour tous réels a et b, $\boxed{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}+\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}-\frac{b\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3a^2}{4}+\cancel{\frac{\sqrt{3}ab}{2}}+\frac{b^2}{4}+\frac{a^2}{4}-\cancel{\frac{\sqrt{3}ab}{2}}+\frac{3b^2}{4} = \boxed{a^2+b^2}$ ③

II) 1) Démontrer une égalité

Pour tous réels a, b, c et d, on a : $(a^2+b^2)(c^2+d^2) = a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2$

et $(ac+bd)^2+(bc-ad)^2 = a^2c^2+\cancel{2abcd}+b^2d^2+b^2c^2-\cancel{2abcd}+a^2d^2$

On a donc bien : $\boxed{(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(bc-ad)^2}$ ③

2) Ecrire 13×41 comme somme de carrés d'entiers

$\boxed{13\times 41} = (4+9)(25+16) = (2^2+3^2)(5^2+4^2) = (2\times 5+3\times 4)^2+(3\times 5-2\times 4)^2 = \boxed{22^2+7^2}$ ② (cf 1)

3) Idem avec 82×40

$\boxed{82\times 40} = (81+1)(36+4) = (9^2+1^2)(6^2+2^2) = (9\times 6+1\times 2)^2+(1\times 6-9\times 2)^2 = \boxed{56^2+12^2}$ ②

III) 1) Ecrire sous forme d'intervalles

$x\in I \Leftrightarrow -5\leq x\leq 3$ donc $\boxed{I=[-5;3]}$

$x\in J \Leftrightarrow x<1$ donc $\boxed{J=]-\infty;1[}$

$x\in K \Leftrightarrow x>1$ ou $x\leq -2$ donc $\boxed{K=]-\infty;-2]\cup]1;+\infty[}$ ③

2) $I\cap J = [-5;1[$

$I\cup J =]-\infty;3]$

$I\cap K = [-5;-2]\cup]1;3]$ ③

IV) Résoudre dans ℝ

$(E_1) : (9x^2-1)^2-4(3x+1)^2=0$

$(E_1)\Leftrightarrow (3x-1)^2(3x+1)^2-4(3x+1)^2=0$

$(E_1)\Leftrightarrow (3x+1)^2[(3x-1)^2-4]=0$

$(E_1)\Leftrightarrow (3x+1)^2(3x-1-2)(3x-1+2)=0$

$(E_1)\Leftrightarrow (3x+1)^2(3x-3)(3x+1)=0$

$(E_1)\Leftrightarrow 3(x-1)(3x+1)^3=0$

$(E_1)\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-\frac{1}{3}$

$\boxed{S=\left\{-\frac{1}{3};1\right\}}$ ④

$(E_2) : \frac{(3x+1)^2-4(x-3)^2}{5x^2-5}=0$

condition : $5x^2-5\neq 0$

$\Leftrightarrow 5(x-1)(x+1)\neq 0$

$\Leftrightarrow \boxed{x\neq 1 \text{ et } x\neq -1}$

$(E_2)\Leftrightarrow \begin{cases}(3x+1)^2-(2(x-3))^2=0\\ x\neq 1 \text{ et } x\neq -1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow \begin{cases}(3x+1)^2-(2x-6)^2=0\\ x\neq 1 \text{ et } x\neq -1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow \begin{cases}(3x+1-2x+6)(3x+1+2x-6)=0\\ x\neq 1 \text{ et } x\neq -1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow \begin{cases}(x+7)(5x-5)=0\\ x\neq 1 \text{ et } x\neq -1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow \begin{cases}x=-7 \text{ ou } x=1\\ x\neq 1 \text{ et } x\neq -1\end{cases}$

$(E_2)\Leftrightarrow x=-7$

$\boxed{S=\{-7\}}$ ④

$(E_3) : \frac{2x-3}{x+1}=\frac{2x+3}{x-2}$

condition : $\boxed{x\neq -1 \text{ et } x\neq 2}$

$(E_3)\Leftrightarrow \begin{cases}(2x-3)(x-2)=(2x+3)(x+1)\\ x\neq -1 \text{ et } x\neq 2\end{cases}$

$(E_3)\Leftrightarrow \begin{cases}\cancel{2x^2}-7x+6=\cancel{2x^2}+5x+3\\ x\neq -1 \text{ et } x\neq 2\end{cases}$

$(E_3)\Leftrightarrow \begin{cases}12x=3\\ x\neq -1 \text{ et } x\neq 2\end{cases}$

$(E_3)\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$

$\boxed{S=\left\{\frac{1}{4}\right\}}$ ④

V) 1) Factorisons A(x)

Pour tout x de ℝ,

$A(x) = 28x^2-7+2x(-2x+1)-(2x-1)^2$

$A(x) = 7(4x^2-1)-2x(2x-1)-(2x-1)^2$

$A(x) = 7(2x-1)(2x+1)-2x(2x-1)-(2x-1)^2$

$A(x) = (2x-1)[7(2x+1)-2x-(2x-1)]$

$A(x) = (2x-1)(14x+7-2x-2x+1)$

$A(x) = (2x-1)(10x+8)$

$\boxed{A(x) = 2(2x-1)(5x+4)}$ ②

2) Résoudre dans ℝ :

$(I_1) : A(x)\leq 0$

$(I_1)\Leftrightarrow 2(2x-1)(5x+4)\leq 0$ (d'après 1)

$(I_1)\Leftrightarrow (2x-1)(5x+4)\leq 0$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{5}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$5x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
Prod.		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S_1=\left[-\frac{4}{5};\frac{1}{2}\right]}$ ②

$(I_2) : A(x)<5x+4$

$(I_2)\Leftrightarrow 2(2x-1)(5x+4)<5x+4$

$(I_2)\Leftrightarrow (5x+4)[2(2x-1)-1]<0$

$(I_2)\Leftrightarrow (5x+4)(4x-3)<0$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{5}$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$5x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$4x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
Prod.		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S_2=\left]-\frac{4}{5};\frac{3}{4}\right[}$ ③

3) Résoudre dans ℝ

$(I_3) : \begin{cases}A(x)\leq 0\\ A(x)<5x+4\end{cases}$

$\boxed{S_3=S_1\cap S_2=\left]-\frac{4}{5};\frac{1}{2}\right]}$ ①

4) Résoudre dans ℝ

$(I_4) : \frac{A(x)}{25x^2-16}\leq 1$

condition : $25x^2-16\neq 0$

$\Leftrightarrow (5x-4)(5x+4)\neq 0$

$\Leftrightarrow \boxed{x\neq \frac{4}{5} \text{ et } x\neq -\frac{4}{5}}$

$(I_4)\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{2(2x-1)\cancel{(5x+4)}}{(5x-4)\cancel{(5x+4)}}\leq 1\\ x\neq \frac{4}{5} \text{ et } x\neq -\frac{4}{5}\end{cases}$

$(I_4)\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{4x-2}{5x-4}-1\leq 0\\ x\neq \frac{4}{5} \text{ et } x\neq -\frac{4}{5}\end{cases}$

$(I_4)\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{4x-2-5x+4}{5x-4}\leq 0\\ x\neq \frac{4}{5} \text{ et } x\neq -\frac{4}{5}\end{cases}$

$(I_4)\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{-x+2}{5x-4}\leq 0\\ x\neq \frac{4}{5} \text{ et } x\neq -\frac{4}{5}\end{cases}$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{5}$		$\frac{4}{5}$		2		$+\infty$
$-x+2$		$+$		$+$		$+$		$-$	
$5x-4$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
quot.		$-$	‖	$-$	‖	$+$	0	$-$	

$\boxed{S_4=\left]-\infty;-\frac{4}{5}\right[\cup\left]-\frac{4}{5};\frac{4}{5}\right[\cup[2;+\infty[}$ ④

2^k DS du 17/X/07 Corrigé succinct

I) A quel ensemble les nombres ci-dessous appartiennent ?

$A = \sqrt{1{,}6\times10^5} = \sqrt{16\times10^4} = 4\times10^2 = 400$ donc $\boxed{A\in\mathbb{N}}$ (2)

$B = \dfrac{1}{\sqrt{0{,}25}} = \dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ donc $\boxed{B\in\mathbb{N}}$ (2)

$C = -\dfrac{8}{5} = -\dfrac{16}{10} = -1{,}6$ donc $\boxed{C\in\mathbb{D}}$ (2)

$D = \left(\sqrt{3}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3+12+\dfrac{36}{3} = 27$ donc $\boxed{D\in\mathbb{N}}$ (2)

II) Calculer

1) $E = \dfrac{16^{20}+3\times2^{80}}{2^4\times64\times\sqrt{4^{12}}}$

$E = \dfrac{(2^4)^{20}+3\times2^{80}}{2^4\times2^6\times\sqrt{2^{24}}}$

$E = \dfrac{2^{80}+3\times2^{80}}{2^4\times2^6\times2^{12}}$

$E = \dfrac{2^{80}(1+3)}{2^{22}}$

$E = \dfrac{2^{80}\times2^2}{2^{22}}$

$\boxed{E = 2^{60}}$ (4)

2) Pour tout $a\neq0$ et $b\neq0$,

$F = \dfrac{(2a^{-4}b^3)^3\times(5a^{-2}b)^{-2}}{(2a^{-4}b^5)^2}$

$F = \dfrac{2^3\times a^{-12}\times b^9\times5^{-2}\times a^4\times b^{-2}}{2^2\times a^{-8}\times b^{10}}$

$\boxed{F = \dfrac{2}{25b^3}}$ (4)

3) $G = \dfrac{4\times10^{-18}+0{,}05\times10^{-15}}{29\times10^{-16}-20\times10^{-17}}$

$G = \dfrac{4\times10^{-18}+50\times10^{-18}}{29\times10^{-16}-2\times10^{-16}}$

$G = \dfrac{54\times10^{-18}}{27\times10^{-16}}$

$\boxed{G = 2\times10^{-2}}$ (4)

III) Ecrire sans radical au dénominateur

$H = \dfrac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{3}\,(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \dfrac{10\times3+5\sqrt{6}}{12-2} = \dfrac{30+5\sqrt{6}}{10} = \boxed{\dfrac{6+\sqrt{6}}{2}}$ (4)

IV) Factoriser

$I = 2x^2-x-3$

$I = 2\left(x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)$

$I = 2\left[\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{16}-\frac{24}{16}\right]$

$I = 2\left[\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\left(\frac{5}{4}\right)^2\right]$

$I = 2\left(x-\frac{1}{4}-\frac{5}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\right)$

$I = 2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x+1)$

$\boxed{I = (2x-3)(x+1)}$ (4)

$J = x(2x-3)+2x^2-x-3-(x+1)(6-4x)$

$J = x(2x-3)+(2x-3)(x+1)+2(x+1)(2x-3)$

$J = (2x-3)(x+x+1+2(x+1))$

$J = (2x-3)(x+x+1+2x+2)$

$\boxed{J = (2x-3)(4x+3)}$ (4)

V) Décomposer n en produit de facteurs premiers

$n^2 = 4^3\times15^4\times11^2 = (2^2)^3\times(3\times5)^4\times11^2 = 2^6\times3^4\times5^4\times11^2 = (2^3\times3^2\times5^2\times11)^2$

or $n\in\mathbb{N}$ donc $\boxed{n = 2^3\times3^2\times5^2\times11}$ (4)

VI)

Le produit cherché peut s'écrire : $P = 1\times2\times3\times5\times7\times11\times13\times\dots\times2003$

On voit donc que ce nombre est multiple de 2 et 5 et donc de 10.

En revanche, il n'est pas multiple de 2^2 et 5^2 et donc de 100

Il n'est donc pas multiple non plus de 1000, 10000 ....

Bilan : Ce nombre étant un multiple de 10 et non de 100 se termine donc par $\boxed{\text{un zéro}}$. (4)

2^K DS du 18 IX 06 1h Corrigé succinct

I) $\boxed{\sqrt{10^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{10^3}} = \frac{1}{10\sqrt{10}} \in \mathbb{R}}$ ① $\boxed{\frac{3}{\pi} \in \mathbb{R}}$ ① $\boxed{-\frac{21}{6} = -\frac{7}{2} = -3{,}5 \in \mathbb{D}}$ ①

$\boxed{\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}}$ ① $\boxed{\left(\sqrt{5} + \frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 = 5 + 2\times 3 \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{9}{5} = 5 + 6 + \frac{9}{5} = \dots = \frac{128}{10} = 12{,}8 \in \mathbb{D}}$ ②

II) $A = (2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(\sqrt{18} - \sqrt{20})$

$A = (2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})$

$A = 6\sqrt{10} - 4\times 5 - 15\times 2 + 10\sqrt{10}$

$\boxed{A = 16\sqrt{10} - 50}$ ③

$B = \frac{3+\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-3} + 1$

$B = \frac{3+\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3}{3\sqrt{2}-3}$

$B = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-3}$

$B = \frac{4\sqrt{2}(3\sqrt{2}+3)}{9\times 2 - 9}$

$B = \dots$

$\boxed{B = \frac{8+4\sqrt{2}}{3}}$ ③

$C = \frac{(-7\times 10^{-5})^5 \times (0{,}21 \times 10^{-14})^{-2}}{(0{,}3\times 10^3)^{-6} \times (42\times 10^6)^3}$

$C = -\frac{(7\times 10^{-5})^5 \times (7\times 3\times 10^{-16})^{-2}}{(3\times 10^2)^{-6} \times (2\times 3\times 7\times 10^6)^3}$

$C = -\frac{\cancel{7^5} \times 10^{-25} \times \cancel{7^{-2}} \times 3^{-2} \times 10^{32}}{3^{-6} \times 10^{-12} \times 2^3 \times 3^3 \times \cancel{7^3} \times 10^{18}}$

$C = -2^{-3} \times 3 \times 10$

$C = -2^{-3} \times 3 \times 2 \times 5$

$\boxed{C = -\frac{15}{4}}$ ⑤

III) Pour tous réels non nuls a et b :

$A = \frac{8a^2b^5}{(2ab)^3} \times \frac{(-a)^3}{ab^4} = -\frac{8a^2b^5a^3}{8a^3b^3ab^4} = \boxed{-\frac{a}{b^2}}$ ③

IV) 1) $\boxed{1512 = 2^3 \times 3^3 \times 7}$ ②

2) $1512 \times (2\times 3\times 7) = (2^2 \times 3^2 \times 7)^2$ le réel demandé est donc $2\times 3\times 7 = \boxed{42}$ ②

V) Pour tout réel x :

$A = (3x-5)^2(x-2) - (3x-5)(x-2)$

$A = (3x-5)(x-2)(3x-5-1)$

$A = (3x-5)(x-2)(3x-6)$

$\boxed{A = 3(3x-5)(x-2)^2}$ ③

$B = 2x^2 + 4\sqrt{2}x + 4$

$B = 2(x^2 + 2\sqrt{2}x + 2)$

$\boxed{B = 2(x+\sqrt{2})^2}$ ③

$C = (x+1)(x^2+2) + 3(x^2+x)$

$C = (x+1)(x^2+2) + 3x(x+1)$

$C = (x+1)(x^2+3x+2)$

$C = (x+1)\left(\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{8}{4}\right)$

$C = (x+1)\left(\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$

$C = (x+1)\left(x+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)$

$C = (x+1)(x+1)(x+2)$

$\boxed{C = (x+1)^2(x+2)}$ ⑤

VI) 1) Pour tout n de $\mathbb{N}$: $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n}-\sqrt{n+1})} = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{n-(n+1)} = \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{-1} = \boxed{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ ②

2) $S = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{998}+\sqrt{999}} + \frac{1}{\sqrt{999}+\sqrt{1000}}$

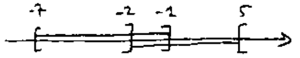
$S = (\cancel{\sqrt{2}} - \sqrt{1}) + (\cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{2}}) + (\cancel{\sqrt{4}} - \cancel{\sqrt{3}}) + \dots + (\cancel{\sqrt{999}} - \cancel{\sqrt{998}}) + (\sqrt{1000} - \cancel{\sqrt{999}})$

$S = \sqrt{1000} - \sqrt{1} = \boxed{10\sqrt{10} - 1}$ ③

2ᴷ DS du 23X06 2ⁿ Corrigé succinct

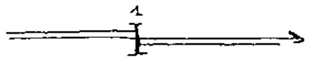
I)

1) ⓐ



$I\cap J =]-2;-1]$ $\quad I\cup J=[-7;5[$ ①

ⓑ



$I\cap J=\{1\}$ $\quad I\cup J=\mathbb{R}$ ①

ⓒ

$I\cap J=]3;4]$ $\quad I\cup J=[3;+\infty[$ ①

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$

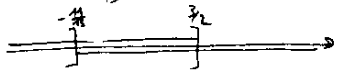
$(E) : \begin{cases} \frac{2}{3}x-1\leq 0 \\ -4(x+1)-\frac{x-1}{3}<0\end{cases}$

$(E)\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x\leq 1 \\ \frac{-12(x+1)-(x-1)}{3}<0\end{cases}$

$(E)\Leftrightarrow \begin{cases} x\leq \frac{3}{2} \\ -12(x+1)-(x-1)<0\end{cases}$

$(E)\Leftrightarrow \begin{cases} x\leq \frac{3}{2} \\ -13x-11<0\end{cases}$

$(E)\Leftrightarrow \begin{cases} x\leq \frac{3}{2} \\ x>-\frac{11}{13}\end{cases}$



$\boxed{S=]-\frac{11}{13};\frac{3}{2}]}$ ③

II)

1) Développer $A(x)$

Pour tout x de $\mathbb{R}$,

$A(x)=x(x-1)^2-4x^3$

$A(x)=x(x^2-2x+1)-4x^3$

$A(x)=x^3-2x^2+x-4x^3$

$\boxed{A(x)=-3x^3-2x^2+x}$ ②

2) Factoriser $A(x)$

Pour tout x de $\mathbb{R}$,

$A(x)=x(x-1)^2-4x^3$

$A(x)=x\left[(x-1)^2-(2x)^2\right]$

$A(x)=x(x-1-2x)(x-1+2x)$

$A(x)=x(-x-1)(3x-1)$

$\boxed{A(x)=-x(x+1)(3x-1)}$ ②

3) a) Calculer $A(1/3)$; $A(\sqrt{5})$; $A(1)$

$A(\frac{1}{3})=-\frac{1}{3}(\frac{1}{3}+1)(3\times\frac{1}{3}-1)=\boxed{0}$ (0,5)

$A(\sqrt{5})=-3(\sqrt{5})^3-2(\sqrt{5})^2+\sqrt{5}=-15\sqrt{5}-10+\sqrt{5}=\boxed{-14\sqrt{5}-10}$ ①

$A(1)=-3\times1^3-2\times1^2+1=-3-2+1=\boxed{-4}$ (0,5)

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$

(E_1) : $A(x)=x$

$(E_1)\Leftrightarrow -3x^3-2x^2+\cancel{x}=\cancel{x}$

$(E_1)\Leftrightarrow -x^2(3x+2)=0$

$(E_1)\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\frac{2}{3}$

$\boxed{S_{(E_1)}=\{-\frac{2}{3};0\}}$ ③

(E_2) : $A(x)=-4x^3$

$(E_2)\Leftrightarrow x(x-1)^2\cancel{-4x^3}=\cancel{-4x^3}$

$(E_2)\Leftrightarrow x(x-1)^2=0$

$(E_2)\Leftrightarrow x=0$ ou $x=1$

$\boxed{S_{(E_2)}=\{0;1\}}$ ③

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

(I_1) : $A(x)\leq(3x-1)(3x+4)$

$(I_1)\Leftrightarrow -x(x+1)(3x-1)\leq(3x-1)(3x+4)$

$(I_1)\Leftrightarrow (3x-1)(-x^2-x-3x-4)\leq 0$

$(I_1)\Leftrightarrow -(3x-1)(x^2+4x+4)\leq 0$

$(I_1)\Leftrightarrow (3x-1)(x+2)^2\geq 0$

x	$-\infty$		-2		$1/3$		$+\infty$
$3x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+2)^2$		$+$	0	$+$		$+$	
Produit		$-$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S_{(I_1)}=\{-2\}\cup[\frac{1}{3};+\infty[}$ ④

(I_2) : $\frac{x+1}{A(x)}\leq 0$

condition : $A(x)\neq 0\Leftrightarrow -x(x+1)(3x-1)\neq 0$
$\Leftrightarrow x\neq 0$ et $x\neq -1$ et $x\neq\frac{1}{3}$ ①

$(I_2)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x+1}{-x(x+1)(3x-1)}\leq 0\\ x\neq 0 \text{ et } x\neq -1 \text{ et } x\neq\frac{1}{3}\end{cases}$

$(I_2)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{-x(3x-1)}\leq 0\\ x\neq 0 \text{ et } x\neq -1 \text{ et } x\neq\frac{1}{3}\end{cases}$

x	$-\infty$		-1		0		$1/3$		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$3x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
Quotient		$-$	‖	$-$	‖	$+$	‖	$-$	

$\boxed{S_{(I_2)}=]-\infty;-1[\cup]-1;0[\cup]\frac{1}{3};+\infty[}$ ④

III)

1) Démonstration d'égalité :

Pour tous réels a et b, $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+\cancel{a^2b}-\cancel{a^2b}-\cancel{ab^2}+\cancel{ab^2}+b^3=a^3+b^3$ ②

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\quad(E)$: $(x^3+1)-(x+1)(x^2+2x+5)=0$

D'après 1), on a pour tout x de $\mathbb{R}$: $x^3+1=x^3+1^3=(x+1)(x^2-x+1)$

donc $(E)\Leftrightarrow(x+1)(x^2-x+1)-(x+1)(x^2+2x+5)=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+1)(\cancel{x^2}-x+1-\cancel{x^2}-2x-5)=0$

$(E)\Leftrightarrow(x+1)(-3x-4)=0$

$(E)\Leftrightarrow x=-1$ ou $x=-\frac{4}{3}$

$\boxed{S=\{-\frac{4}{3};-1\}}$ ④

3) Le plus petit ensemble auquel appartient chaque solution est : $\boxed{-\frac{4}{3}\in\mathbb{Q}}$ et $\boxed{-1\in\mathbb{Z}}$ ②

IV)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\quad(E)$: $\frac{(2x+1)^2-4}{x^2-4x}<0$

condition : $x^2-4x\neq 0\Leftrightarrow x(x-4)\neq 0$
$\Leftrightarrow x\neq 0$ et $x\neq 4$ ①

$(E)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{(2x+1-2)(2x+1+2)}{x(x-4)}<0\\ x\neq 0 \text{ et } x\neq 4\end{cases}$

$(E)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{(2x-1)(2x+3)}{x(x-4)}<0\\ x\neq 0 \text{ et } x\neq 4\end{cases}$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		4		$+\infty$
$2x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
Quotient		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

$\boxed{S=]-\frac{3}{2};0[\cup]\frac{1}{2};4[}$ ④

2^{de} DS du 21/X/04 2h Corrigé succinct

I) 1) $A = \dfrac{25000\times(-2^3\times 7^{-1})^2}{0{,}035^{-2}} = \dfrac{5^2\times 2^3\times 5^3\times 2^6\times 7^{-2}}{(35\times 10^{-3})^{-2}} = \dfrac{5^2\times 2^3\times 5^3\times 2^6\times 7^{-2}}{5^{-2}\times 7^{-2}\times 2^6\times 5^6} = \boxed{2^3\times 5}$ (2)

2) $B = \dfrac{(1+10^{-15})^2-1}{10^{-15}} = \dfrac{\cancel{1}+2\times 10^{-15}+10^{-30}-\cancel{1}}{10^{-15}} = \dfrac{\cancel{10^{-15}}(10^{-15}+2)}{\cancel{10^{-15}}} = \boxed{2+10^{-15}}$ (3)

3) $C = \dfrac{3\sqrt{60}-7\sqrt{15}}{\sqrt{500}-\sqrt{405}} = \dfrac{3\sqrt{4\times 15}-7\sqrt{15}}{\sqrt{100\times 5}-\sqrt{81\times 5}} = \dfrac{6\sqrt{15}-7\sqrt{15}}{10\sqrt{5}-9\sqrt{5}} = -\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \boxed{-\sqrt{3}}$ (2)

4) $D = \dfrac{(-a)^3(-ab)^4(-b)^{-3}}{(a^2b^4)^{-2}(-a^2b)} = \dfrac{-a^3a^4b^4(-b^{-3})}{a^{-4}b^{-8}(-a^2b)} = \boxed{-a^9b^8}$ (3)

II) 1) $3(4x-3)(2x+1) = 4x^2-3x$

$\iff 3(4x-3)(2x+1) - x(4x-3) = 0$

$\iff (4x-3)(6x+3-x) = 0$

$\iff (4x-3)(5x+3) = 0$

$\iff x = \frac{3}{4}$ ou $x = -\frac{3}{5}$ ($AB=0 \iff A=0$ ou $B=0$)

$\boxed{S = \left\{-\frac{3}{5}\ ;\ \frac{3}{4}\right\}}$ (2)

2) $(x-1)(x-4) = (x-1)(x^2-3x)$

$\iff (x-1)(x-4) - (x-1)(x^2-3x) = 0$

$\iff (x-1)(x-4-x^2+3x) = 0$

$\iff (x-1)(-x^2+4x-4) = 0$

$\iff (x-1)(x^2-4x+4) = 0$

$\iff (x-1)(x-2)^2 = 0$

$\iff x = 1$ ou $x = 2$ ($AB=0 \iff A=0$ ou $B=0$)

$\boxed{S = \{1\ ;\ 2\}}$ (2)

3) $-2x^2+7x-3 = 0$

$\iff x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$

$\iff \left(x-\frac{7}{4}\right)^2 - \frac{49}{16} + \frac{24}{16} = 0$

$\iff \left(x-\frac{7}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} = 0$

$\iff \left(x-\frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 0$

$\iff \left(x-\frac{7}{4}-\frac{5}{4}\right)\left(x-\frac{7}{4}+\frac{5}{4}\right) = 0$

$\iff (x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right) = 0$

$\iff x = 3$ ou $x = \frac{1}{2}$ ($AB=0 \iff A=0$ ou $B=0$)

$\boxed{S = \left\{\frac{1}{2}\ ;\ 3\right\}}$ (2)

4) $\dfrac{1}{x-3} = \dfrac{x+1}{x+2} - 1$ condition : $\boxed{x \neq -2 \text{ et } x \neq 3}$

$\iff \dfrac{1}{x-3} = \dfrac{x+1-x-2}{x+2}$

$\iff \dfrac{1}{x-3} = \dfrac{-1}{x+2}$

$\iff x+2 = -(x-3)$

$\iff 2x = 1$

$\iff x = \frac{1}{2}$

$\boxed{S = \left\{\frac{1}{2}\right\}}$ (3)

5) $\dfrac{x-\pi}{x^2-\pi^2} - \dfrac{1}{x+\pi} = \pi x + \pi^2$

condition :
$\begin{cases} x^2-\pi^2 \neq 0 \iff (x-\pi)(x+\pi)\neq 0 \\ x+\pi \neq 0 \end{cases}$

Bilan : $\boxed{x \neq -\pi \text{ et } x \neq \pi}$

$\iff \dfrac{\cancel{x-\pi}}{(\cancel{x-\pi})(x+\pi)} - \dfrac{1}{x+\pi} = \pi(x+\pi)$

$\iff \dfrac{1}{x+\pi} - \dfrac{1}{x+\pi} = \pi(x+\pi)$

$\iff 0 = \pi(x+\pi)$

$\iff x+\pi = 0$

$\iff x = -\pi$ valeur interdite !!

$\boxed{S = \emptyset}$ (3)

III) 1) Soit n un entier qui a 5 pour chiffre des unités. n est donc égal à 5 plus un multiple de 10.
Il existe donc un entier k tel que $n = 10k+5$ (1)
On a alors $n^2 = (10k+5)^2 = 100k^2+100k+25 = 100(k^2+k)+25$ (2)
k étant un entier, k^2+k est un entier et $100(k^2+k)$ est un multiple de 100 et se termine donc par deux zéros et donc n^2 se termine par 25. (4)

2) D'après (2), $n^2 = 100(k^2+k)+25 = 100k(k+1)+25$
or d'après (1), k est la partie du nombre n qui est "à gauche" du 5.
La méthode de Thibaud marche donc bien pour n'importe quel entier terminé par 5 : (4)
$115^2 = (10\times 11+5)^2$ ici $k = 11$ donc $115^2 = 100\times 11\times 12+25 = 13200+25 = 13225$

IV) 1) Pour tout x de $\mathbb{R}$, $(x-1)(x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$
$= x^8 - \cancel{x^7} + \cancel{x^7} - \cancel{x^6} + \cancel{x^6} - \cancel{x^5} + \cancel{x^5} - \cancel{x^4} + \cancel{x^4} - \cancel{x^3} + \cancel{x^3} - \cancel{x^2} + \cancel{x^2} - \cancel{x} + \cancel{x} - 1$
$= x^8 - 1$ (3)

2) d'après 1), si $x \neq 1$ alors $1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7 = \dfrac{x^8-1}{x-1}$

en posant $x = \frac{1}{2}$ on obtient : $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128} = \dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^8-1}{\frac{1}{2}-1} = \dots = \boxed{2-\frac{1}{2^7} = A}$ (3)

3) Appelons x le nombre de pommes qu'avait le jardinier avant de commencer la vente ($x \in \mathbb{N}$)

Au client :	Il a vendu :	et il restait après :
1er	$\frac{x}{2}+\frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$	$x - \frac{x+1}{2} = \dots = \frac{x-1}{2}$
2ème	$\dfrac{\frac{x-1}{2}}{2}+\frac{1}{2} = \dots = \frac{x+1}{4}$	$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{4} = \dots = \frac{x-3}{4}$
3ème	$\dfrac{\frac{x-3}{4}}{2}+\frac{1}{2} = \dots = \frac{x+1}{8}$	$\frac{x-3}{4} - \frac{x+1}{8} = \dots = \frac{x-7}{8}$
4ème	$\dfrac{\frac{x-7}{8}}{2}+\frac{1}{2} = \dots = \frac{x+1}{16}$	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .
7ème	$\frac{x+1}{128}$	

En faisant la somme de ce qu'il a vendu à chaque client, on doit retrouver x :

$\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} + \dots \frac{x+1}{128} = x \iff (x+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots\frac{1}{128}\right) = x$

$\iff (x+1)(A-1) = x \iff (x+1)\left(2-\frac{1}{2^7}-1\right) = x \iff (x+1)\left(1-\frac{1}{2^7}\right) = x$

$\iff (x+1)\left(\frac{2^7-1}{2^7}\right) = x \iff (x+1)(2^7-1) = 2^7x \iff \cancel{2^7x} + 2^7 - x - 1 = \cancel{2^7x}$

$\iff x = 2^7-1 \iff \boxed{x = 127}$

En vérifiant, on trouve alors qu'il a vendu 64 pommes au 1er client, 32 au 2d, 16 au 3ème, 8 au 4ème, 4 au 5ème, 2 au 6ème et 1 pomme au 7ème, ce qui fait bien en tout $\boxed{127 \text{ pommes}}$ (4)

2DT DS du 30 IX 03 Corrigé succinct

I) 1) $\frac{3}{2} < \frac{\pi}{2} < \frac{5}{3}$ (1)   2) $\frac{1}{1-\sqrt3} < -1$ (1)   3) $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = 1$ (1)   4) $\sqrt2 + (-\sqrt2) = 0$ (1)

II) 1) $\sqrt{20}(x-1) = 2(x\sqrt5 + 4)$

$\iff 2\sqrt5 x - 2\sqrt5 - 2\sqrt5 x - 8 = 0$

$\iff 0x = 2\sqrt5 + 8$

$\boxed{S = \emptyset}$ (2)

2) $9(x-1)^2 - (x+1)^2 = 0$

$\iff (3x-3)^2 - (x+1)^2 = 0$

$\iff (3x-3-x-1)(3x-3+x+1) = 0$

$\iff (2x-4)(4x-2) = 0$

$\iff (x-2)(2x-1) = 0$

$\iff x = 2$ ou $x = \frac12$ ($AB = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$)

$\boxed{S = \{\frac12 ; 2\}}$ (2)

3) $\frac{4}{(x-1)^2} \geq 1$ conditions : $\boxed{x \neq 1}$

[on peut multiplier les 2 termes de l'inégalité par $(x-1)^2$ car c'est un nombre toujours positif]

$\iff 4 \geq (x-1)^2$

$\iff 2^2 - (x-1)^2 \geq 0$

$\iff (2-x+1)(2+x-1) \geq 0$

$\iff (3-x)(x+1) \geq 0$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$3-x$		+		+		+	0	−	
$x+1$		−	0	+		+		+	
produit		−	0	+	‖	+	0	−	

$\boxed{S = [-1 ; 1[\cup]1 ; 3]}$ (3)

4) $\frac{x^2-1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$ condition : $\boxed{x \neq 1}$

$\iff \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x-1)} = \frac{1}{\cancel{(x-1)}}$ [on peut simplifier par $x-1$ qui n'est jamais nul ici]

$\iff x+1 = 1$

$\iff x = 0$ $\boxed{S = \{0\}}$ (3)

5) $\frac{3}{1+x} \leq x-1$ condition $\boxed{x \neq -1}$

$\iff \frac{3}{1+x} - \frac{(x-1)(1+x)}{1+x} \leq 0$

$\iff \frac{3 - x^2 + 1}{1+x} \leq 0$

$\iff \frac{(2-x)(2+x)}{1+x} \leq 0$

x	$-\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
$2-x$		+		+		+	0	−	
$2+x$		−	0	+		+		+	
$1+x$		−		−	0	+		+	
quotient		+	0	−	‖	+	0	−	

$\boxed{S = [-2 ; -1[\cup [2 ; +\infty[}$ (3)

6) $(x^2+2)x - 2 > x^2$

$\iff (\cancel{x^2+2})x > (\cancel{x^2+2})$ [on peut simplifier par x^2+2 qui est toujours strictement positif sans changer le sens de l'inégalité]

$\iff x > 1$

$\boxed{S =]1 ; +\infty[}$ (3)

III) 1) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

donc $1^2 = 2 + 2ab$

donc $2ab = -1$

et $\boxed{ab = -\frac12}$ (2)

2) $(a^2+b^2)^2 = a^4 + b^4 + 2a^2b^2$

donc $2^2 = a^4 + b^4 + 2\left(-\frac12\right)^2$

donc $\boxed{a^4+b^4} = 4 - \frac{2}{4} = 4 - \frac12 = \boxed{\frac72}$ (3)

3) $\begin{cases} a+b = 1 \\ a^2+b^2 = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1-b \\ (1-b)^2 + b^2 = 2 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} a = 1-b \\ 1 - 2b + b^2 + b^2 = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1-b \\ 2b^2 - 2b - 1 = 0 \end{cases}$

donc b est solution de l'équation $2x^2 - 2x - 1 = 0$.
Et comme l'énoncé est symétrique en a et b, a doit aussi être solution de $2x^2 - 2x - 1 = 0$ (2)

4) $2x^2 - 2x - 1 = 0$

$\iff x^2 - x - \frac12 = 0$

$\iff \left(x - \frac12\right)^2 - \frac14 - \frac12 = 0$

$\iff \left(x - \frac12\right)^2 - \left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2 = 0$

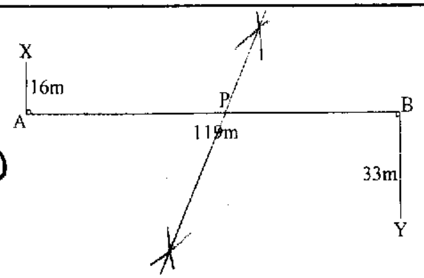
$\iff \left(x - \frac12 - \frac{\sqrt3}{2}\right)\left(x - \frac12 + \frac{\sqrt3}{2}\right) = 0$

$\iff x = \frac{1+\sqrt3}{2}$ ou $x = \frac{1-\sqrt3}{2}$ ($AB = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$)

Bilan : soit $a = \frac{1+\sqrt3}{2}$ et $b = \frac{1-\sqrt3}{2}$
soit $a = \frac{1-\sqrt3}{2}$ et $b = \frac{1+\sqrt3}{2}$ (3)

IV) Construction à la règle et au compas :

On trace au compas la médiatrice de $[XY]$, son intersection avec $[AB]$ est donc équidistante de X et Y : il s'agit donc du point P. (3)



Par le calcul :

$XP = YP$

$\iff XP^2 = YP^2$ (2 nombres positifs sont égaux si et seulement si leurs carrés sont égaux)

$\iff AX^2 + AP^2 = PB^2 + BY^2$ (d'après Pythagore, les triangles AXP et BYP étant rectangles en A et

$\iff 16^2 + AP^2 = (119 - AP)^2 + 33^2$

$\iff 16^2 + \cancel{AP^2} = 119^2 - 238\,AP + \cancel{AP^2} + 33^2$

$\iff AP = \frac{119^2 + 33^2 - 16^2}{238}$

$\iff \boxed{AP = 63}$ (3)

Le point P est donc le point de $[AB]$ situé à 63 m de A.

V) • $1 + \frac{1}{1+\sqrt2} = 1 + \frac{1-\sqrt2}{(1+\sqrt2)(1-\sqrt2)} = 1 + \frac{1-\sqrt2}{1-2} = 1 - 1 + \sqrt2 = \sqrt2$ (2)

• De ce qui précède, on peut déduire que :

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1+\sqrt2}}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \left(1 + \cfrac{1}{1+\sqrt2}\right)}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1+\sqrt2}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \left(1 + \cfrac{1}{1+\sqrt2}\right)}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1+\sqrt2}}$$

$$= 1 + \frac{1}{1+\sqrt2} = \boxed{\sqrt2} \quad (2)$$

2^{DJ} DS du 3X02 2h Corrigé succinct

I) $A = \sqrt{0{,}0054} = \sqrt{54\times10^{-4}} = \sqrt{6\times9\times10^{-4}} = 3\times10^{-2}\sqrt{6} = \boxed{0{,}03\sqrt{6}}$ (2)

$B = (x^3)^4 + x^6\times x^2 = \boxed{x^{12}+x^8}$ (2)

$C = \sqrt{12}+\sqrt{75}+\sqrt{48} = \sqrt{4\times3}+\sqrt{25\times3}+\sqrt{16\times3} = 2\sqrt{3}+5\sqrt{3}+4\sqrt{3} = \boxed{11\sqrt{3}}$ (2)

et si $x>0$

$D = \frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{x}}\left[\left(\cancel{\frac{1}{2}}+\frac{\sqrt{x}}{2}-\cancel{\frac{1}{2}}+\frac{\sqrt{x}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+\cancel{\frac{\sqrt{x}}{2}}+\frac{1}{2}-\cancel{\frac{\sqrt{x}}{2}}\right)\right] = \frac{1}{\cancel{\sqrt{x}}}\times\cancel{\sqrt{x}}\times1 = \boxed{1}$ (2)

II) 1) $x^2+5x-3=3$

$\Leftrightarrow x^2+5x-6=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}-\frac{24}{4}=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\right)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+6)=0$

$\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-6$ ($AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$)

$\boxed{S=\{-6;1\}}$ (2)

2) $x(x-2)(7x+1)=x(x-2)(5x-9)$

$\Leftrightarrow x(x-2)[7x+1-5x+9]=0$

$\Leftrightarrow x(x-2)(2x+10)=0$

$\Leftrightarrow 2x(x-2)(x+5)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$ ou $x=-5$ ($ABC=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$)

$\boxed{S=\{-5;0;2\}}$ (2)

3) $(3x-4)^2=(x+2)^2$

$\Leftrightarrow 3x-4=x+2$ ou $3x-4=-x-2$

$\Leftrightarrow 2x=6$ ou $4x=2$

$\Leftrightarrow x=3$ ou $x=\frac{1}{2}$

$\boxed{S=\{\frac{1}{2};3\}}$ (2)

4) $(5x+1)(4x-5)-(2x+7)(10x-3)\leq0$

$\Leftrightarrow 20x^2-21x-5-(20x^2+64x-21)\leq0$

$\Leftrightarrow -85x+16\leq0$

$\Leftrightarrow 85x\geq16$

$\Leftrightarrow x\geq\frac{16}{85}$

$\boxed{S=\left[\frac{16}{85};+\infty\right[}$ (2)

5) $\frac{3x-2}{x}=\frac{3x+6}{x+1}$ valeurs interdites : $\begin{cases}x\neq0\\x+1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{\begin{cases}x\neq0\\x\neq-1\end{cases}}$

$\Leftrightarrow (3x-2)(x+1)=x(3x+6)$

$\Leftrightarrow \cancel{3x^2}+x-2=\cancel{3x^2}+6x$

$\Leftrightarrow 5x=-2$

$\Leftrightarrow x=-\frac{2}{5}$

$\boxed{S=\{-\frac{2}{5}\}}$ (2)

6) $\frac{3x}{x-1}=\frac{2x^2+x-1}{x^2-1}$ valeurs interdites : $\begin{cases}x-1\neq0\\x^2-1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{\begin{cases}x\neq1\\x\neq-1\end{cases}}$

$\Leftrightarrow 3x(x^2-1)=(x-1)(2x^2+x-1)$

$\Leftrightarrow 3x(x-1)(x+1)-(x-1)(2x^2+x-1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)[3x^2+3x-2x^2-x+1]=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2+2x+1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2=0$

$\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$ ($AB=0\Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$)

or 1 et -1 sont des valeurs interdites !

$\boxed{S=\emptyset}$ (2)

7) $(x+\sqrt{x+1})^2+2>-\sqrt{3}$ valeurs interdites $x+1\geq0\Leftrightarrow\boxed{x\geq-1}$

$\Leftrightarrow (x+\sqrt{x+1})^2>-2-\sqrt{3}$

or un carré étant toujours positif, il est à fortiori toujours supérieur au nombre négatif $-2-\sqrt{3}$!!

Le carré n'étant défini que sur $[-1;+\infty[$, on a :

$\boxed{S=[-1;+\infty[}$ (2)

III) 1) $A=\sqrt{10^{16}-(10^8-2\times10^{-8})^2}=\sqrt{\cancel{10^{16}}-(\cancel{10^{16}}-4\times10^{8-8}+4\times10^{-16})}=\sqrt{4\times10^0-4\times10^{-16}}$

$=\sqrt{4(1-10^{-16})}=2\sqrt{1-10^{-16}}\approx\boxed{2}$ (2) (en effet $1-10^{-16}\approx1$ donc $\sqrt{1-10^{-16}}\approx\sqrt{1}$)

2) A la calculatrice nous trouvons 0 ! En effet, les calculatrices ont en général une précision de 14 chiffres et il leur en faudrait au moins 16 pour ne pas négliger 2×10^{-8} devant 10^8. Donc pour la calculatrice, $A=\sqrt{10^{16}-(10^8)^2}=0$ (1)

IV) 1) $220=2^2\times5\times11$ (2) 2) Les diviseurs de 220 sont donc : 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220 (2)

3) Nous devons résoudre l'équation dans $\mathbb{N}$: donc x doit être un entier et donc $x+1$ et $3x-1$ seront aussi des entiers. De plus on doit avoir $x(x+1)(3x-1)=220$ donc les 3 nombres x, $x+1$ et $3x-1$ doivent être dans la liste des diviseurs de 220 puisque leur produit est 220. Cherchons dans cette liste toutes les séries de deux nombres consécutifs (x et $x+1$) et vérifions si $x(x+1)(3x-1)$ fait bien 220.

(3)

x	$x+1$	$3x-1$	$x(x+1)(3x-1)$
1	2	2	4
4	5	11	220
10	11	29	3190

← c'est la seule possibilité !

$\boxed{S=\{4\}}$

V) 1) D'après la calculatrice, $\frac{2^{250}}{10^{74}}\approx18{,}0925\ldots$ donc on a : $18<\frac{2^{250}}{10^{74}}<19$ donc : $\boxed{18\times10^{74}<2^{250}<19\times10^{74}}$ ($a=18$!) (2)

2) $2^{2000}=(2^{250})^8$ donc : $18\times10^{74}<2^{250}<19\times10^{74}\Rightarrow(18\times10^{74})^8<2^{2000}<(19\times10^{74})^8$

or $(18\times10^{74})^8=18^8\times10^{592}=(18^8\times10^{-9})\times10^{601}\approx11{,}01996\times10^{601}$ donc $(18\times10^{74})^8>11\times10^{601}$

de plus $(19\times10^{74})^8=19^8\times10^{592}=(19^8\times10^{-9})\times10^{601}\approx16{,}98356\times10^{601}$ donc $(19\times10^{74})^8<17\times10^{601}$

Bilan : $\boxed{11\times10^{601}<2^{2000}<17\times10^{601}}$ ($b=11$ et $c=17$) (3)

3) $2000^{2000}=(2\times10^3)^{2000}=2^{2000}\times10^{6000}$ donc d'après 2) : $11\times10^{601}\times10^{6000}<2^{2000}\times10^{6000}<17\times10^{601}\times10^{6000}$

donc $\underbrace{11\times10^{6601}}_{\text{2 chiffres suivis de 6601 zéros}}<2000^{2000}<\underbrace{17\times10^{6601}}_{\text{2 chiffres suivis de 6601 zéros}}$

Bilan : 2000^{2000} est compris entre deux nombres de 6603 chiffres. $\boxed{\text{Il faut donc 6603 chiffres pour écrire } 2000^{2000}}$ (3)

2IJ Corps du 29 IX 00 Corrigé succinct

I $A=\frac{a^2(-1)^3a^3(-1)b^2b^5a}{(-1)^4b^4a^5a^2b^2}=\boxed{\frac{b}{a}}$ (2) $B=\frac{(2^4)^{25}}{2^{100}}=\frac{2^{100}}{2^{100}}=\boxed{1}$ (2) $C=\frac{a(\cancel{a+b})}{b(\cancel{a+b})}=\boxed{\frac{a}{b}}$ (2)

$F=\frac{421000000+421000+421}{421000+421}=\frac{\cancel{421}\times1001001}{\cancel{421}\times1001}=\boxed{\frac{1001001}{1001}}$ (4)

$D=\sqrt{2^6(1+2^3)}=2^3\sqrt{9}=2^3\times3=\boxed{24}$ (2) $E=\sqrt{\frac{2^{12}+4^3}{2^{10}+4^2}}=\sqrt{\frac{2^{12}+2^6}{2^{10}+2^4}}=\sqrt{\frac{2^6(\cancel{2^6+1})}{2^4(\cancel{2^6+1})}}=\sqrt{2^2}=\boxed{2}$ (2)

II

Règle 1 : $AB=0 \iff A=0$ ou B

Règle 2 : si $B\neq0$ alors $\frac{A}{B}=0\iff$

1) $(x+5)^2=10x^2+10x$

$\iff x^2+\cancel{10x}+25=10x^2+\cancel{10x}$

$\iff 9x^2-25=0$

$\iff (3x-5)(3x+5)=0$

$\iff x=\frac{5}{3}$ ou $x=-\frac{5}{3}$ (Règle 1)

$\boxed{S=\left\{-\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right\}}$ (2)

2) $2x^2-9x-5=0$

$\iff 2\left(x^2-\frac{9}{2}x-\frac{5}{2}\right)=0$

$\iff 2\left[\left(x-\frac{9}{4}\right)^2-\frac{81}{16}-\frac{40}{16}\right]=0$

$\iff \dots$

$\iff 2(x-5)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$

$\iff x=5$ ou $x=-\frac{1}{2}$ (Règle 1)

$\boxed{S=\left\{-\frac{1}{2};5\right\}}$ (2)

3) $(x-1)(x^3+x^2+x+1)=0$

$\iff (x-1)(x^2(x+1)+(x+1))=0$

$\iff (x-1)(x+1)(x^2+1)=0$

$\iff x=1$ ou $x=-1$ ou $x^2=-1$ (Règle 1)

impossible, un carré est toujours positif ou nul

$\boxed{S=\{-1;1\}}$ (2)

4) $\frac{x+2}{x-2}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$

VI $\begin{cases}x-2\neq0\\x+2\neq0\\x^2-4\neq0\end{cases}\iff\boxed{\begin{cases}x\neq2\\x\neq-2\end{cases}}$ (1)

$\iff \frac{(x+2)^2-(x-2)^2-8}{x^2-4}=0$

$\iff (x+2)^2-(x-2)^2-8=0$ (Règle 2)

$\iff \cancel{x^2}+4x+\cancel{4}-\cancel{x^2}+4x-\cancel{4}-8=0$

$\iff 8x=8 \iff x=1$

$\boxed{S=\{1\}}$ (2)

5) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=2$

VI $\begin{cases}x\neq0\\x+1\neq0\end{cases}\iff\boxed{\begin{cases}x\neq0\\x\neq-1\end{cases}}$ (1)

$\iff \frac{x+1+x-2x(x+1)}{x(x+1)}=0$

$\iff \cancel{2x}+1-2x^2-\cancel{2x}=0$ (Règle 2)

$\iff (1-\sqrt{2}x)(1+\sqrt{2}x)=0$

$\iff x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ou $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (Règle 1)

$\boxed{S=\left\{-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}}$ (2)

6) $x^2+10x=(x+5)^2-25$

$\iff x(x+10)=(x+5-5)(x+5+5)$

$\iff x(x+10)=x(x+10)$!!

cette équation est vérifiée quelque soit x !

$\boxed{S=\mathbb{R}}$ (2)

III 1) $a^2=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2=\frac{1+5+2\sqrt{5}}{4}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}=\frac{2}{2}+\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\boxed{1+a}$ (1,5)

2) d'après 1) $a^2=1+a$ donc $\sqrt{1+a}=\sqrt{a^2}=a$ $(a\geq0)$

donc $b=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+a}}}}=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+a}}}=\sqrt{1+\sqrt{1+a}}=\sqrt{1+a}=\boxed{a}$ (1,5)

IV 1) pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $\boxed{\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{\cancel{n}+1-\cancel{n}}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}}$ (1)

2) $S=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\dots\frac{1}{2000\times2001}$

$=\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\dots\cancel{\frac{1}{2000}}-\frac{1}{2001}$

$=1-\frac{1}{2001}=\frac{2001-1}{2001}=\boxed{\frac{2000}{2001}}$ (1,5)

3) pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $S=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\dots\frac{1}{n(n+1)}$

$=\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\dots\cancel{\frac{1}{n}}-\frac{1}{n+1}$

$=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1-1}{n+1}=\boxed{\frac{n}{n+1}}$ (1,5)

4) $S_n=\frac{9}{10}\iff\frac{n}{n+1}=\frac{9}{10}\iff10n=9(n+1)\iff10n=9n+9\iff n=9$ $\boxed{S=\{9\}}$ (1)

V 1) $\sqrt{8}(\sqrt{8}-\sqrt{50})=8-\sqrt{8\times50}=8-\sqrt{2^3\times2\times5^2}=8-20=-12$

$\sqrt{18}(\sqrt{18}-\sqrt{50})=18-\sqrt{18\times50}=18-\sqrt{2\times3^2\times2\times5^2}=18-30=-12$

donc $\boxed{\sqrt{8}(\sqrt{8}-\sqrt{50})=\sqrt{18}(\sqrt{18}-\sqrt{50})}$ (1,5)

2) On ne peut simplifier par $\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{18}$ que si ce facteur est non nul. (1,5)

or $\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{18}=2\sqrt{2}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=0$!! (1)

DS du 21 IX 99 $\quad 2^{GI}$ corrigé rapide

I (a) $\frac{a^3 b^{-2}}{a^4 b^{-3}} = a^{-1} b^{+1} = \boxed{\frac{b}{a}}$ (2)

(b) $\sqrt{7,5}\,\sqrt{30}\,\sqrt{0,09} = \sqrt{7,5 \times 30 \times 0,09} = \sqrt{75 \times 3 \times 9\,10^{-2}} = \sqrt{\frac{(3\times 5^2)\times 3 \times 3^2}{10^2}}$

$= \frac{3^2 \times 5}{10} = \frac{45}{10} = \boxed{4,5}$ (2)

(c) $\frac{a^{-8}\cancel{b^4}\,a^{-2}\,\cancel{b^{-1}}}{a^{-3}\,\cancel{b^3}} = \boxed{a^{-7}}$ (2)

(d) $\frac{\frac{1}{1-\pi} - \frac{1}{1+\pi}}{1 + \frac{1}{\pi^2-1}} = \frac{\frac{1+\pi-1+\pi}{1-\pi^2}}{\frac{\pi^2-1+1}{\pi^2-1}} = -\frac{\frac{2\pi}{\cancel{1-\pi^2}}}{\frac{\pi^2}{\cancel{1-\pi^2}}} = -\frac{2\pi}{\pi^2} = \boxed{-\frac{2}{\pi}}$ (2)

II $(10^{1000})^{100} = 10^{100\,000} \qquad (10\,000^{100})^{100} = ((10^4)^{100})^{100} = 10^{40\,000} \qquad ((0,1^{-10})^{50})^{2000} = \left(\frac{1}{10^{-10}}\right)^{100\,000} = 10^{1\,000\,000}$

donc $\boxed{(10\,000^{100})^{100} < (10^{1000})^{100} < ((0,1^{-10})^{50})^{2000}}$ (3)

III (a) $x^2 + 8x + 15 = 0$

$\Leftrightarrow (x+4)^2 - 16 + 15 = 0$

$\Leftrightarrow \dots\dots$

$\Leftrightarrow (x+3)(x+5) = 0$ (1)

or $AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

donc (1) $\Leftrightarrow x=-3$ ou $x=-5$

$\boxed{S=\{-5\,;-3\}}$ (2)

(b) $\frac{4}{(x-1)^2} = 1$ $\quad\boxed{\text{valeurs interdites } x \neq 1}$ (0,5)

$\Leftrightarrow 4 = (x-1)^2$

$\Leftrightarrow 2^2 - (x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \dots$

$\Leftrightarrow (3-x)(x+1) = 0$ (1)

or $AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

donc (1) $\Leftrightarrow x=3$ ou $x=-1$

$\boxed{S=\{-1\,;3\}}$ (2)

(c) $\frac{(2x+7)(-3x+4)^2}{(5x-1)^2} = 0$ (1) $\quad\boxed{\text{valeurs interdites } x \neq \frac{1}{5}}$ (0,5)

si $B \neq 0$ alors $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0$

donc (1) $\Leftrightarrow (2x+7)(-3x+4)^2 = 0$

$AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

donc (1) $\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$ ou $x = \frac{4}{3}$

$\boxed{S=\left\{-\frac{7}{2}\,;\frac{4}{3}\right\}}$ (2)

(d) $x^2 + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = -8$

or un carré est toujours positif ou nul donc

$\boxed{S=\emptyset}$ (1)

(e) $2x^2 - 5x = (2x-5)(2x+4)$

$\Leftrightarrow x(2x-5) - (2x-5)(2x+4) = 0$

$\Leftrightarrow \dots\dots$

$\Leftrightarrow -(2x-5)(x+4) = 0$ (1)

or $AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

donc (1) $\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ ou $x=-4$

$\boxed{S=\left\{-4\,;\frac{5}{2}\right\}}$ (2)

(f) $\frac{3x^2-4x}{(x-3)(x+1)} = 0$ (1) $\quad\boxed{\text{valeurs interdites } x\neq 3 \text{ et } x \neq -1}$ (1)

si $B \neq 0$ alors $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0$

donc (1) $\Leftrightarrow 3x^2 - 4x = 0$

$\Leftrightarrow x(3x-4) = 0$

or $AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

donc (1) $\Leftrightarrow x=0$ ou $x=\frac{4}{3}$ $\quad\boxed{S=\left\{0\,;\frac{4}{3}\right\}}$ (2)

(g) $\frac{3x^2+4x-7}{x^2-1} = 1$ $\quad\boxed{\text{valeurs interdites : } (x-1)(x+1)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1 \text{ et } x\neq -1}$ (1)

$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 7 = x^2 - 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \dots\dots$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0$ (1)

or $AB=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$

donc (1) $\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-3$

valeur interdite

$\boxed{S=\{-3\}}$ (2)

IV Pour tout réel x non nul et pour tout entier naturel n on a :

$(x^n + x^{-n})^2 - (x^n - x^{-n})^2 = \cancel{(x^n)^2} + 2x^n x^{-n} + \cancel{(x^{-n})^2} - \cancel{(x^n)^2} + 2x^n x^{-n} - \cancel{(x^{-n})^2} = 4\cancel{x^n}\cancel{x^{-n}} = \boxed{4}$ (2)

V $\frac{1}{15^2} + \frac{1}{20^2} = \frac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow \frac{20^2 + 15^2}{(15\times 20)^2} = \frac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow (20^2 + 15^2)\,x^2 = (15 \times 20)^2$

$\Leftrightarrow (2^4\times 5^2 + 5^2 \times 3^2)\,x^2 = (5\times 3\times 5\times 2^2)^2$

$\Leftrightarrow \cancel{5^2}(2^4 + 3^2)\,x^2 = \cancel{5^2}(3^2 5^2 2^4)$

$\Leftrightarrow 25\,x^2 = 3^2 5^2 2^4$

$\Leftrightarrow \cancel{5^2}\,x^2 = 3^2\,\cancel{5^2}\,2^4$

$\Leftrightarrow x^2 = 12^2$ (3)

(a) si $x \in \mathbb{N}$, $x^2 = 12^2 \Leftrightarrow \boxed{x = 12}$ (1)

(b) si $x \in \mathbb{Z}$, $x^2 = 12^2 \Leftrightarrow \boxed{x=-12 \text{ ou } x = 12}$ (1)

VI pour tout réel a, on a : $a^2 - (a+1)^2 - (a+2)^2 + (a+3)^2 = \cancel{a^2} - \cancel{a^2} - 2a - 1 - \cancel{a^2} - 4a - 4 + \cancel{a^2} + 6a + 9 = 4$

donc $1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 = 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 = \dots = 1997^2 - 1998^2 - 1999^2 + 2000^2 = 4$!! (3)

or il y a $\frac{2000}{4}$ groupes de termes de la forme $a^2 - (a+1)^2 - (a+2)^2 + (a+3)^2$, la somme à calculer est donc égale à :

$(1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2) + (5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2) + \dots + (1997^2 - 1998^2 - 1999^2 + 2000^2) = 4 \times \frac{2000}{4} = \boxed{2000}$ (3)

DS maths du 29 IX 97 2^E et 2^F 2h Corrigé rapide

I)

$A = \dfrac{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}} = \dfrac{\frac{60-30+20-15+12}{\cancel{60}}}{\frac{60+30+20+15+12}{\cancel{60}}} = \boxed{\dfrac{47}{137}}$ 1 A est donc un quotient d'entiers : il est rationnel

$B = 223^2 - 777^2 = (223-777)(223+777) = -554\times 1000 = \boxed{-554000}$ 1

$C = (3-2\sqrt{2})^{40}(3+2\sqrt{2})^{40} = \left[(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\right]^{40} = (9-8)^{40} = 1^{40} = \boxed{1}$ 1

$D = \dfrac{2}{49}\times\dfrac{14^2\times(7^{-3}\times 2)^3}{(8\times 7^{-3})^2} = \dfrac{2\times(2\times 7)^2\times 7^{-9}\times 2^3}{7^2\times(2^3\times 7^{-3})^2}$

$= \dfrac{2\times 2^2\times\cancel{7^2}\times 7^{-9}\times 2^3}{\cancel{7^2}\times 2^6\times 7^{-6}} = 2^{1+2+3-6}\times 7^{-9+6}$

$= 2^0\times 7^{-3} = \boxed{7^{-3}}$ 1

II) 1) $P(x) = \left(x+\frac{1}{3}\right)^2 - \left[2\left(x-\frac{1}{3}\right)\right]^2 = \boxed{\left(3x-\frac{1}{3}\right)(-x+1)}$ 1 $Q(x) = x(x-5)+3(x-5)^2-(x-5)(x+5) = \boxed{(x-5)(3x-20)}$ 1

$R(x) = 2x(x^2+2) - x^2(x^2+2) = \boxed{x(2-x)(x^2+2)}$ 1 (Rem x^2+2 n'est pas factorisable davantage)

$S(x) = -3\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-\frac{8}{4}\right) = \boxed{-3(x-2)(x+1)}$ 1 $T(x) = -\left(\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}+\frac{8}{16}\right) = \boxed{-(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)}$ 1

2) a) $\boxed{S=\left\{5\,;\frac{20}{3}\right\}}$ 1 b) x^2+2 est tj $\neq 0$ donc $\boxed{S=\{0\,;2\}}$ 1 c) $\boxed{S=\left\{\frac{1}{2}\,;1\right\}}$ 1

III 1) <u>valeurs interdites</u> : $*\ x+1\neq 0$, $*\ x\neq 0$ } donc $\boxed{x\neq -1 \text{ et } x\neq 0}$ 0,5

<u>faisons un produit en croix</u> : $\dfrac{x}{x+1} = \dfrac{x-1}{x}$ équivaut à $x^2 = (x-1)(x+1)$ équivaut à $x^2 = x^2-1$ équivaut à $0=-1$

cette égalité est fausse, il n'y a donc pas de solutions à l'équation : $\boxed{S=\emptyset}$ 1

2) <u>valeurs interdites</u> : $*\ x+1\neq 0$, $*\ x\neq 0$, $*\ \dfrac{x}{x+1}-\dfrac{x-1}{x}\neq 0$ } donc d'après ce qui précède, $\boxed{x\neq -1 \text{ et } x\neq 0}$ 0,5

<u>simplifions</u> $\dfrac{\frac{x}{x+1}+\frac{x-1}{x}}{\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{x}} = \dfrac{\frac{x^2+x^2-1}{\cancel{x(x+1)}}}{\frac{x^2-x^2+1}{\cancel{x(x+1)}}} = \dfrac{2x^2-1}{1} = \boxed{2x^2-1}$ 1

IV 1) <u>valeurs interdites</u> : $5x-x^2 = x(5-x)\neq 0$ donc $\boxed{x\neq 0 \text{ et } x\neq 5}$ 0,25

<u>factorisons et simplifions</u> : $\dfrac{x^2-10x+25}{5x-x^2}=0$ équivaut à $\dfrac{(x-5)^2}{x(5-x)}=0$ (on peut simplifier par $\underset{\neq 0}{x-5}$) équivaut à $-\dfrac{x-5}{x}=0$

équivaut à $x=5$ or 5 est une valeur interdite : $\boxed{S=\emptyset}$ 1

2) <u>valeurs interdites</u> : $x^2-3x = x(x-3)\neq 0$ donc $\boxed{x\neq 0 \text{ et } x\neq 3}$ 0,25

<u>faisons un produit en croix</u> : $\dfrac{3-x^2}{x^2-3x}=-1$ équivaut à $3-\cancel{x^2} = -\cancel{x^2}+3x$ équivaut à $3=3x$ équivaut à $x=1$ $\boxed{S=\{1\}}$ 1

3) <u>valeurs interdites</u> : $(x-3)^2\neq 0$ donc $\boxed{x\neq 3}$ 0,25

<u>mettons tout au même dénominateur</u> : $-1+\dfrac{4}{(x-3)^2}=0$ équivaut à $\dfrac{4-(x-3)^2}{(x-3)^2}=0$ équivaut à $4-(x-3)^2=0$

équivaut à $(2-x+3)(2+x-3)=0$ équivaut à $x=5$ ou $x=1$ $\boxed{S=\{1\,;5\}}$ 1

4) <u>valeurs interdites</u> : $*\ x^2-1=(x-1)(x+1)\neq 0$, $*\ x+1\neq 0$, $*\ x-1\neq 0$ } donc $\boxed{x\neq -1 \text{ et } x\neq 1}$ 0,25

<u>mettons tout au même dénominateur</u> : $\dfrac{5x+3}{x^2-1}+\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{x-1}=0$ équivaut à $\dfrac{5x+3+x-1-2x-2}{(x-1)(x+1)}=0$

équivaut à $\dfrac{4x}{(x-1)(x+1)}=0$ équivaut à $4x=0$ équivaut à $x=0$ $\boxed{S=\{0\}}$ 1