2^k Composition du 4 VI 08 — 3h — Corrigé succinct

I) 1) a) Déterminer D_f

$x \in D_f \Leftrightarrow 1+x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-1\}}$ (0,5)

b) Montrer que : $f(x) = 2 - \frac{2}{1+x}$

Pour tout x de D_f, $\boxed{2 - \frac{2}{1+x} = \frac{2+2x-2}{1+x} = \frac{2x}{1+x} = f(x)}$ (1)

c) Variations de f sur $]-\infty;-1[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 < -1$

on a : $1+x_1 < 1+x_2 < 0$

or la fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{*-}$

donc $\frac{1}{1+x_1} > \frac{1}{1+x_2}$

donc $\frac{-2}{1+x_1} < \frac{-2}{1+x_2}$

donc $2 - \frac{2}{1+x_1} < 2 - \frac{2}{1+x_2}$

donc $f(x_1) < f(x_2)$

$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]-\infty;-1[}$ (1,5)

Variations de f sur $]-1;+\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $-1 < x_1 < x_2$

on a : $0 < 1+x_1 < 1+x_2$

or la fonction inverse est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{*+}$

donc $\frac{1}{1+x_1} > \frac{1}{1+x_2}$

donc $\frac{-2}{1+x_1} < \frac{-2}{1+x_2}$

donc $2 - \frac{2}{1+x_1} < 2 - \frac{2}{1+x_2}$

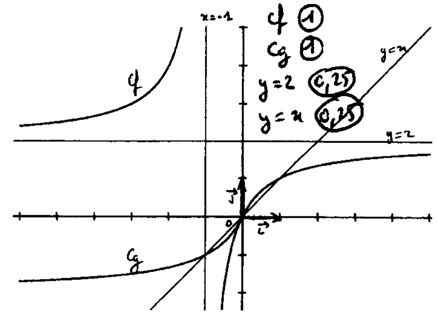
donc $f(x_1) < f(x_2)$

$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]-1;+\infty[}$ (1,5)

Tableau de variations

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f		$\nearrow$	‖	$\nearrow$	

(0,5)



C_f (1)
C_g (1)
$y=2$ (0,25)
$y=x$ (0,25)

d) Positions relatives de C_f et d

Déterminons le signe de $f(x)-2$:

Pour tout x de D_f, $f(x)-2 = 2 - \frac{2}{1+x} - 2 = -\frac{2}{1+x}$

• Si $x<-1$ alors $1+x<0$ donc $f(x)>2$

donc $\boxed{\text{à gauche de } x=-1, C_f \text{ est au dessus de } d}$

• Si $x>-1$ alors $1+x>0$ donc $f(x)<2$

donc $\boxed{\text{à droite de } x=-1, C_f \text{ est au dessous de } d}$ (2)

2) a) Déterminer D_g

$x \in D_g \Leftrightarrow 1+|x| \neq 0 \Leftrightarrow |x| \neq -1$ toujours vrai ! donc $\boxed{D_g = \mathbb{R}}$ (0,5)

b) Parité de g

Pour tout x de D_g, $-x$ appartient à D_g et $g(-x) = \frac{2(-x)}{1+|-x|} = -\frac{2x}{1+|x|} = -g(x)$ $\boxed{g \text{ est impaire}}$ (1)

c) Déduire C_g de C_f

Pour tout $x \geq 0$, $|x| = x$ donc $g(x) = f(x)$ donc à droite de (yy'), $\boxed{C_g \text{ est confondue avec } C_f}$

De plus g est impaire donc à gauche de (yy') on utilise le fait que $\boxed{C_g \text{ est symétrique par rapport à } O}$ (2)

d) Résoudre $(E) : g(x) = x$ (pas de condition car $D_g = \mathbb{R}$)

$(E) \Leftrightarrow \frac{2x}{1+|x|} = x$

$(E) \Leftrightarrow 2x = x(1+|x|)$

$(E) \Leftrightarrow 2x = x + x|x|$

$(E) \Leftrightarrow x(1-|x|) = 0$

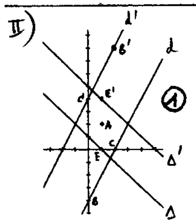
$(E) \Leftrightarrow x=0$ ou $|x|=1$

$(E) \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-1$ ou $x=1$

$\boxed{S = \{-1;0;1\}}$ (2)

$\boxed{\text{Les solutions sont les abscisses des points d'intersections de } C_g \text{ avec la droite d'eq : } y=x}$ (1)

II)



(1)

1) $B \in d$? $2x_B - 4 = -4 = y_B$ donc $\boxed{B \in d}$

$C \in d$? $2x_C - 4 = 0 = y_C$ donc $\boxed{C \in d}$ (1)

2) Coordonnées de B'

$s(B) = B' \Leftrightarrow A$ milieu de $[BB'] \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_{B'}}{2} \\ y_A = \frac{y_B + y_{B'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 2 \\ y_{B'} = 8 \end{cases}$ $\boxed{B'(2;8)}$

Coordonnées de C'

$s(C) = C' \Leftrightarrow A$ milieu de $[CC'] \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_C + x_{C'}}{2} \\ y_A = \frac{y_C + y_{C'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = 0 \\ y_{C'} = 4 \end{cases}$ $\boxed{C'(0;4)}$ (1)

3) Equation de d'

Par (H) $s(B) = B'$ et $s(C) = C'$ donc d' est confondue avec $(B'C')$

$M(x;y) \in (B'C') \Leftrightarrow \vec{B'M}(x-2;y-8)$ est colinéaire à $\vec{B'C'}(2;4) \Leftrightarrow 4(x-2)-2(y-8)=0 \Leftrightarrow \boxed{y = 2x+4}$ (2)

4) Equation de Δ'

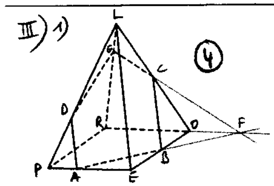
Soit E le point de Δ d'abscisse 1. $y_E = -x_E + 1 = -1+1 = 0$. Donc $E(1;0)$

Soit E' l'image de E par s. A est le milieu de $[EE'] \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_E + x_{E'}}{2} \\ y_A = \frac{y_E + y_{E'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow E'(1;4)$

Δ' est parallèle à Δ et a donc le même coefficient directeur, c'est à dire -1. Appelons b son ordonnée à l'origine

Δ' passe par E' : $y_{E'} = -x_{E'} + b$ donc $b = y_{E'} + x_{E'} = 5$ $\boxed{\Delta' : y = -x+5}$ (3)

III) 1)



(4)

2) Montrer que : $(EL) // (ABC)$

Dans le triangle LEO, on a par (H) : B milieu de $[EO]$ et C milieu de $[OL]$

donc d'après le théorème de la droite des milieux : $(LE) // (BC)$

Bilan : (LE) est parallèle à (BC) qui est une droite de (ABC) donc : $\boxed{(LE) // (ABC)}$ (1)

Intersection de (LEP) avec (ABC)

• Appelons Δ cette intersection. (LEP) et (ABC) sont sécants en Δ et d'après ce qui précède, (LE) qui est une droite de (LEP) est parallèle à (ABC) donc d'après la règle du toit, (LE) est parallèle à l'intersection de (LEP) et (ABC), c'est à dire Δ : $\underline{\Delta // (LE)}$

• De plus $A \in (ABC)$ et par (H), $A \in [EP]$ donc $A \in (LEP)$ donc A appartient à l'intersection de (ABC) et (LEP)

Bilan : $\boxed{\Delta \text{ est la parallèle à } (LE) \text{ passant par } A}$ (3)

IV) 1) a) Moyenne m_1

$\boxed{m_1 = \frac{2\times5 + 3\times8 + 11 + 4\times14 + 17}{2+3+1+4+1} = \frac{118}{11} \approx 10,7}$ (1)

b) Moyenne m_2

$\boxed{m_2 = \frac{118 + 2x + 3y}{11 + 2 + 3} = \frac{118 + 2x + 3y}{16}}$ (1)

c) Valeurs possibles de m_2

On a : $\begin{cases} x+y = 21 \\ m_2 = \frac{118+2x+3y}{16} \\ x \in [0;20]; y \in [0;20] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 21 \\ m_2 = \frac{118+2(x+y)+y}{16} \\ x \in [0;20]; y \in [0;20] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 21 \\ m_2 = \frac{118+2\times21+y}{16} \\ x \in [0;20]; y \in [0;20] \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21-y \\ y = 16(m_2 - 10) \\ x \in [0;20]; y \in [0;20] \end{cases}$

• Si $m_2 = 8$; $y = -32 \notin [0;20]$

• Si $m_2 = 11$; $y = 16$ et $x = 5$

• Si $m_2 = 13$; $y = 48 \notin [0;20]$

$\boxed{m_2 \text{ peut être égale à 11 mais pas à 8 ni à 13}}$ (2)

2) a) Classe modale

C'est la classe $[10;11[$ car c'est elle qui a le plus grand effectif (0,5)

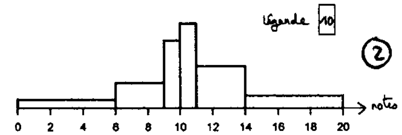
b) Classe contenant la médiane

L'effectif total est : $18 + 27 + 24 + 30 + 45 + 27 = 171$. Or $\frac{171+1}{2} = 86$

la médiane est le $86^{ème}$ terme de la série. Or $18 + 27 + 24 = 69$ et $69 + 30 = 99$ donc la classe $[10;11[$ contient du $70^{ème}$ terme au $99^{ème}$ terme de la série. $\boxed{\text{La classe contenant la médiane est la classe } [10;11[}$ (1,5)

c) Histogramme

moyenne	[0;6[	[6;9[	[9;10[	[10;11[	[11;14[	[14;20]
effectif	18	27	24	30	45	27
amplitude	6	3	1	1	3	6
effectif/ampli	3	9	24	30	15	4,5



(2)

2de Composition du 23 V 06 3h Corrigé succinct

I) 1) $x \in D_f \iff |x|-3 \neq 0 \iff |x| \neq 3 \iff x \neq -3$ et $x \neq 3$ donc $\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-3;3\}}$ (1)

2) Pour tout x de D_f, $-x$ appartient aussi à D_f et $f(-x) = \frac{3|-x|-1}{|-x|-3} = \frac{3|x|-1}{|x|-3} = f(x)$ donc $\boxed{f \text{ est paire}}$ (1)

3) Pour tout x de $\mathbb{R}^+ - \{3\}$, $|x| = x$ donc $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$

Variation sur $[0;3[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $0 \leq x_1 < x_2 < 3$

déterminons le signe de $f(x_1) - f(x_2)$:

$f(x_1) - f(x_2) = \frac{3x_1-1}{x_1-3} - \frac{3x_2-1}{x_2-3}$

$= \frac{(3x_1-1)(x_2-3) - (3x_2-1)(x_1-3)}{(x_1-3)(x_2-3)}$

$= \frac{3x_1x_2 - x_2 - 9x_1 + 3 - 3x_1x_2 + x_1 + 9x_2 - 3}{(x_1-3)(x_2-3)}$

$= \frac{-8(x_1-x_2)}{(x_1-3)(x_2-3)}$ (1)

or par (H) : $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$ et $-8(x_1-x_2) > 0$

$x_1 < 3$ donc $x_1 - 3 < 0$

$x_2 < 3$ donc $x_2 - 3 < 0$ (1)

Bilan, $f(x_1) - f(x_2) > 0$ donc f est st ↘ sur $[0;3[$

Variation sur $]3;+\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $3 < x_1 < x_2$

déterminons le signe de $f(x_1) - f(x_2)$:

$f(x_1) - f(x_2) = \frac{-8(x_1-x_2)}{(x_1-3)(x_2-3)}$

or par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$ et $-8(x_1-x_2) > 0$

$x_1 > 3$ donc $x_1 - 3 > 0$

$x_2 > 3$ donc $x_2 - 3 > 0$ (1)

Bilan, $f(x_1) - f(x_2) > 0$ et f est st ↘ sur $]3;+\infty[$

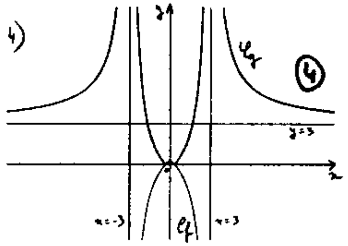
tableau de variation.

f étant paire on en déduit ses variations sur D_f tout entier :

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
f	↗	‖ ↗	$\frac{1}{3}$ ↘	‖ ↘	

(1)

4)



(4)

5) • $\mathcal{C}_f \cap (Ox)$ Résolvons $f(x) = 0$ (condition $x \in D_f$)

$f(x) = 0 \iff 3|x| - 1 = 0 \iff |x| = \frac{1}{3} \iff x = -\frac{1}{3}$ ou $x = \frac{1}{3}$

Il y a donc 2 pts d'intersection. $\boxed{A(-\frac{1}{3};0) \text{ et } B(\frac{1}{3};0)}$ (1,5)

• $\mathcal{C}_f \cap (Oy)$

$f(0) = \frac{1}{3}$ Il y a donc 1 pt d'intersection : $\boxed{C(0;\frac{1}{3})}$ (1)

6) a) Résolvons $f(x) = 5$:

graphiquement : les solutions sont les abscisses des pts d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec la droite d'éq $y = 5$

$\boxed{S = \{-7;7\}}$ (1,5)

par le calcul (condition $x \in D_f$)

$f(x) = 5 \iff \frac{3|x|-1}{|x|-3} = 5 \iff 3|x| - 1 = 5|x| - 15$

$\iff 2|x| = 14 \iff |x| = 7 \iff x = -7$ ou $x = 7$

$\boxed{S = \{-7;7\}}$ (1,5)

b) Résolvons $f(x) < 0$ (condition $x \in D_f$)

$f(x) < 0 \iff \frac{3|x|-1}{|x|-3} < 0$ (1)

1er cas si $x \geq 0$ alors $|x| = x$ et (1) $\iff \frac{3x-1}{x-3} < 0$

x	0		$\frac{1}{3}$		3		$+\infty$
$3x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

Dans ce cas, $]\frac{1}{3};3[$ est solution.

2ème cas si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$ et (1) $\iff \frac{3x+1}{x+3} < 0$

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{3}$		0
$3x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
Produit		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Dans ce cas, $]-3;-\frac{1}{3}[$ est solution.

Bilan $\boxed{S =]-3;-\frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{3};3[}$ (2,5)

7) Si $f(x) \geq 0$ alors $g(x) = |f(x)| = f(x)$ donc $\mathcal{C}_g$ est confondue avec $\mathcal{C}_f$ au dessus de l'axe des abscisses

si $f(x) \leq 0$ alors $g(x) = |f(x)| = -f(x)$ donc $\mathcal{C}_g$ est symétrique de $\mathcal{C}_f$ par rapport à l'axe des abscisses là où $\mathcal{C}_f$ est en dessous. (2)

II) 1) $|x-3| \geq 2 \iff x - 3 \leq -2$ ou $x - 3 \geq 2$

$\iff x \leq 1$ ou $x \geq 5$

$\boxed{S =]-\infty;1] \cup [5;+\infty[}$ (1)

2) $|x^2 - 6x + 9| = 4 \iff |(x-3)^2| = 4$

$\iff (x-3)^2 = 4$

$\iff (x-3)^2 - 2^2 = 0$

$\iff (x-3-2)(x-3+2) = 0$

$\iff (x-5)(x-1) = 0$

$\iff x = 5$ ou $x = 1$

$\boxed{S = \{1;5\}}$ (1)

3) $|x^2 - 3x + 5| > 2 - \pi$

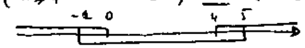
Or une valeur abs est tj positive ou nulle et donc plus grande que $2 - \pi$ qui est négatif $\boxed{S = \mathbb{R}}$ (1)

4) $2 \leq |2-x| \leq 3 \iff |2-x| \geq 2$ ET $|2-x| \leq 3$

$\iff (2-x \leq -2$ ou $2-x \geq 2)$ ET $(-3 \leq 2-x \leq 3)$

$\iff (x \geq 4$ ou $x \leq 0)$ ET $(-5 \leq -x \leq 1)$

$\iff (x \geq 4$ ou $x \leq 0)$ ET $(-1 \leq x \leq 5)$



$\boxed{S = [-1;0] \cup [4;5]}$ (2)

5) $\sqrt{2x^2 - 12x + 18} \geq \sqrt{2}$

$\iff \sqrt{2(x^2-6x+9)} \geq \sqrt{2}$

$\iff \cancel{\sqrt{2}}\sqrt{(x-3)^2} \geq \cancel{\sqrt{2}}$

$\iff \sqrt{(x-3)^2} \geq 1$

$\iff |x-3| \geq 1$

$\iff x - 3 \leq -1$ ou $x - 3 \geq 1$

$\iff x \leq 2$ ou $x \geq 4$

$\boxed{S =]-\infty;2] \cup [4;+\infty[}$ (2)

6) $|x+2| = 2x + |x|$ (1)

2 cas :

• si $x \leq -2$ alors $x + 2 \leq 0$ donc $|x+2| = -x-2$

et $x \leq 0$ donc $|x| = -x$

donc (1) $\iff -x - 2 = 2x - x$

$\iff 2x = -2 \iff x = -1$

or $-1 > -2$ donc pas de solution dans ce cas.

• si $-2 \leq x \leq 0$ alors $x + 2 \geq 0$ donc $|x+2| = x+2$

et $x \leq 0$ donc $|x| = -x$

donc (1) $\iff x + 2 = 2x - x$

$\iff 0x = 2$ pas de solution dans ce cas

• si $x \geq 0$ alors $x + 2 \geq 0$ donc $|x+2| = x+2$

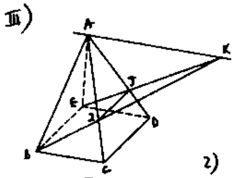
et $x \geq 0$ donc $|x| = x$

donc (1) $\iff x + 2 = 2x + x$

$\iff 2x = 2 \iff x = 1$

or $1 \geq 0$ donc 1 est solution. $\boxed{S = \{1\}}$ (3)

III)



(0,5)

1) Par (H) (IJ) // (CD) et (CD) // (EB) donc (IJ) // (EB)

donc (IJ) et (EB) sont coplanaires, donc I, J, E et B sont coplanaires

donc (BI) et (EJ) sont coplanaires. Comme par (H) elles ne sont pas parallèles $\boxed{\text{elles sont donc sécantes}}$ (2)

2) $A \in (ABC)$ et $A \in (AED)$

par (H) $K \in (BI)$ donc $K \in (ABC)$

$K \in (EJ)$ donc $K \in (AED)$

Donc A et K appartiennent simultanément aux plans (ABC) et (AED)

$\boxed{(AK) \text{ est donc l'intersection de } (ABC) \text{ et } (AED)}$ (1,5)

3) Par (H) (ABC) et (AED) sont sécants et (BC) qui est une droite de (ABC) est parallèle à (ED) et donc au plan (AED).

D'après la règle du toit, (BC) est donc parallèle à l'intersection de (ABC) et (AED) c'est à dire d'après 2) à (AK)

Bilan $\boxed{(BC) // (AK)}$ (2)

IV) Appelons x le nombre de filles de la classe $(x \in \mathbb{N})$ et y le nombre de garçons $(y \in \mathbb{N})$

la taille moyenne des élèves est : $\frac{1{,}24x + 1{,}37y}{x+y} = 1{,}30$

$\iff 1{,}24x + 1{,}37y = 1{,}30x + 1{,}30y$

$\iff 0{,}07y = 0{,}06x$

$\iff y = 3x$

la proportion de filles par rapport au reste de la classe est :

$\frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+3x} = \frac{x}{4x} = \boxed{\frac{1}{4}}$ (4)

2de Composition du 11/1/05 3^h Corrigé succinct

I) 1) Variation sur $]-\infty;1[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 < 1$
déterminons le signe de $f(x_1) - f(x_2)$:

$f(x_1)-f(x_2) = x_1 - 1 - \frac{4}{x_1-1} - x_2 + 1 + \frac{4}{x_2-1}$

$= x_1 - x_2 - 4\left(\frac{x_2-1-x_1+1}{(x_1-1)(x_2-1)}\right)$

$= (x_1-x_2) + 4\frac{(x_1-x_2)}{(x_1-1)(x_2-1)}$

$= (x_1-x_2)\left(1+\frac{4}{(x_1-1)(x_2-1)}\right)$ (1)

par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$
$x_1 < 1$ donc $x_1 - 1 < 0$; $x_2 < 1$ donc $x_2 - 1 < 0$ } donc $(x_1-1)(x_2-1) > 0$
donc $1+\frac{4}{(x_1-1)(x_2-1)} > 0$

Bilan $f(x_1) - f(x_2) < 0$ donc $\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]-\infty;1[}$

Variation sur $]1;+\infty[$

Pour tous x_1, x_2 tels que $1 < x_1 < x_2$
déterminons le signe de $f(x_1) - f(x_2)$:

$f(x_1)-f(x_2) = (x_1-x_2)\left(1+\frac{4}{(x_1-1)(x_2-1)}\right)$ (1)

par (H) $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$
$x_1 > 1$ donc $x_1 - 1 > 0$; $x_2 > 1$ donc $x_2 - 1 > 0$ } donc $(x_1-1)(x_2-1) > 0$
donc $1+\frac{4}{(x_1-1)(x_2-1)} > 0$

Bilan $f(x_1) - f(x_2) < 0$ donc $\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]1;+\infty[}$

Tableau de variation

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f		$\nearrow$	$\|$	$\nearrow$	

(0,5)

3) $f(x) \leq x - 1$ condition $\boxed{x \neq 1}$

$\Leftrightarrow \cancel{x} - \frac{4}{x-1} \leq \cancel{x} - \cancel{1}$ $\Leftrightarrow \frac{4}{x-1} \geq 0$ $\Leftrightarrow x - 1 > 0$ $\Leftrightarrow x > 1$ $\boxed{S =]1;+\infty[}$ (1)

Interprétation graphique : à droite de la droite verticale d'équation $x = 1$, $\boxed{\mathcal{C}_f \text{ est située au dessous de } D}$ sinon elle est au dessus. (1)

4) Pour tout x de D_f, $f(x) = x - 1 - \frac{4}{x-1} = \frac{(x-1)^2-4}{x-1} = \frac{(x-3)(x+1)}{x-1}$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-1[\cup]1;3[$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 3$ (1) (2)
$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-1;1[\cup]3;+\infty[$

Intersection avec (Ox) :

$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ou } x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$ (d'après (1))

Il y a donc 2 points d'intersections de $\mathcal{C}_f$ avec (Ox) :
les points de coordonnées $\boxed{(-1;0) \text{ et } (3;0)}$ (1)

Intersection avec (Oy) :

$\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = f(0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - \frac{4}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

Il y a donc un seul point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec (Oy) :
le point de coordonnées $\boxed{(0;3)}$ (0,5)

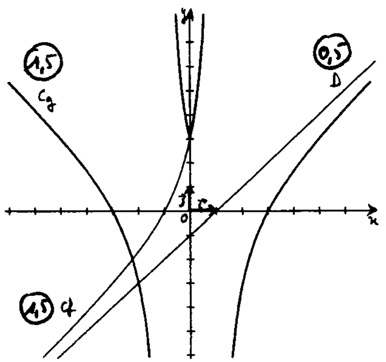
5) $x \in D_g \Leftrightarrow |x| - 1 \neq 0 \Leftrightarrow |x| \neq 1 \Leftrightarrow x \neq -1$ et $x \neq 1$ donc $\boxed{D_g = \mathbb{R} - \{-1;1\}}$ (1)

6) Pour tout x de D_g, $-x$ appartient aussi à D_g et $g(-x) = |-x| - 1 - \frac{4}{|-x|-1} = |x| - 1 - \frac{4}{|x|-1} = g(x)$: $\boxed{g \text{ est paire}}$ (1,5)

7) Pour $x \geq 0$, $|x| = x$ donc $g(x) = f(x)$
donc g a les mêmes variations que f. (1)
donc g est strictement croissante sur $[0;1[$ et sur $]1;+\infty[$
De plus g étant paire, on peut en déduire ses variations sur D_g tout entier :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
g		$\searrow$	$\|$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$\|$	$\nearrow$	

(1)



II) 1) $|2-x| = 3$
$\Leftrightarrow 2 - x = -3$ ou $2 - x = 3$
$\Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -1$
$\boxed{S = \{-1;5\}}$ (1)

2) $|2x^2 - \pi| \geq 2 - \pi$
or $|2x^2 - \pi| \geq 0$ et $2 - \pi < 0$!
$\boxed{S = \mathbb{R}}$ (1)

3) $|2x^2 - x + 1| - |x^2 - x - 1| = 0$
$\Leftrightarrow |2x^2 - x + 1| = |x^2 - x - 1|$
$\Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 = x^2 - x - 1$ ou $2x^2 - x + 1 = -x^2 + x + 1$
$\Leftrightarrow x^2 = -2$!! ou $x(3x - 2) = 0$
$\Leftrightarrow$ $x = 0$ ou $x = \frac{2}{3}$
$\boxed{S = \{0;\frac{2}{3}\}}$ (2)

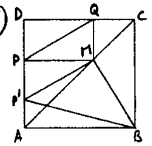
4) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} \geq 1$
$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} \geq 1$
$\Leftrightarrow |2x - 1| \geq 1$
$\Leftrightarrow 2x - 1 \leq -1$ ou $2x - 1 \geq 1$
$\Leftrightarrow x \leq 0$ ou $x \geq 1$
$\boxed{S =]-\infty;0] \cup [1;+\infty[}$ (1)

5) $|3 - x| \leq |2 - x|$ (1)
si $x \leq 2$: alors $2 - x \geq 0$ donc $|2-x| = 2-x$; $3 - x \geq 0$ donc $|3-x| = 3-x$
donc (1) $\Leftrightarrow 3 - x \leq 2 - x \Leftrightarrow 1 \leq 0$ faux
$S_1 = \emptyset$
si $2 \leq x \leq 3$: alors $2 - x \leq 0$ donc $|2-x| = x-2$; $3 - x \geq 0$ donc $|3-x| = 3-x$
donc (1) $\Leftrightarrow 3 - x \leq x - 2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$
$S_2 = [\frac{5}{2};3]$

si $x \geq 3$: alors $2 - x \leq 0$ donc $|2-x| = x-2$; $3 - x \leq 0$ donc $|3-x| = x-3$
donc (1) $\Leftrightarrow x - 3 \leq x - 2 \Leftrightarrow 0 \geq -1$
toujours vérifié donc $S_3 = [3;+\infty[$
Bilan $\boxed{S = [\frac{5}{2};+\infty[}$ (2)

6) $|2x - 4| \geq 3x$ (2)
si $x \leq 2$: alors $2x - 4 \leq 0$ donc $|2x-4| = 4-2x$
donc (2) $\Leftrightarrow 4 - 2x \geq 3x \Leftrightarrow x \leq \frac{4}{5}$
donc $S_1 =]-\infty;\frac{4}{5}]$
si $x \geq 2$: alors $2x - 4 \geq 0$ donc $|2x-4| = 2x-4$
donc (2) $\Leftrightarrow 2x - 4 \geq 3x \Leftrightarrow x \leq -4$
incompatible avec $x \geq 2$ donc $S_2 = \emptyset$
Bilan $\boxed{S =]-\infty;\frac{4}{5}]}$ (2)

III)



1) $\boxed{A(0;0) \quad B(1;0) \quad C(1;1) \quad D(0;1)}$ $\boxed{M(a;a)}$ $\boxed{P(0;a) \quad Q(a;1)}$ $\boxed{P'(0;2a-1)}$ (1) (1) (1,5)

2) ABCD étant un carré tel que $AB = AD = 1$, le repère $(A;\vec{AB};\vec{AD})$ est orthonormal (0,5)
donc $MB^2 = (x_B - x_M)^2 + (y_B - y_M)^2 = \dots = 2a^2 - 2a + 1$
$MP'^2 = (x_{P'} - x_M)^2 + (y_{P'} - y_M)^2 = \dots = 2a^2 - 2a + 1$ (1)
$BP'^2 = (x_{P'} - x_B)^2 + (y_{P'} - y_B)^2 = \dots = 4a^2 - 4a + 2$

• On remarque donc que $MB^2 + MP'^2 = 2a^2 - 2a + 1 + 2a^2 - 2a + 1 = 4a^2 - 4a + 2 = BP'^2$
donc d'après la réciproque de Pythagore, le triangle MBP' est rectangle en M (1)

• De plus $MB^2 = 2a^2 - 2a + 1 = MP'^2$ donc $MB = MP'$ (des longueurs sont positives) donc MBP' est isocèle en M (1)

Bilan : $\boxed{\text{le triangle } MBP' \text{ est bien isocèle rectangle en } M}$

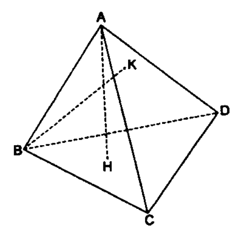
3) D'après 2) $MB = MP'$ et par (H) $MQPP'$ est un parallélogramme donc $MP' = PQ$ Bilan : $\boxed{MB = PQ}$
D'après 2) $(MB) \perp (MP')$ et par (H) ———————— $(MP') // (PQ)$ Bilan : $\boxed{(MB) \perp (PQ)}$ (2)

IV) 1) (a) par (H), (AH) est orthogonale à (BCD) donc $\boxed{(AH) \text{ est orthogonale}}$ à toutes les droites de (BCD) et $\boxed{\text{donc à } (CD)}$ (1,5)

(b) D'après (a) (CD) est orthogonale à (AH) } donc (CD) est orthogonale à (AH) et (AB) qui sont deux droites
par (H) (CD) est orthogonale à (AB) } sécantes en A du plan (ABH) donc $\boxed{(CD) \text{ est orthogonale à } (ABH)}$ (1,5)

2) De même en remplaçant dans la démonstration ci-dessus A et H par B et K, on a :
(a) (BK) est orthogonale à (ACD) et donc à (CD)
(b) $\boxed{(CD) \text{ est orthogonale}}$ à (BK) et (AB) et donc $\boxed{\text{à } (ABK)}$ (2)

3) D'après 1) (CD) est orthogonale à (ABH) et d'après 2)
(CD) est orthogonale à (ABK) donc les deux plans
(ABH) et (ABK) sont parallèles. Comme ils ont la droite
(AB) en commun, ils sont donc confondus. Donc
A, H, B et K sont coplanaires donc $\boxed{(AH) \text{ et } (BK) \text{ sont coplanaires}}$ (2)



2^{de} Composition du 2/1/04 3h Corrigé succint

I) 1) $|x-5|=1 \iff x-5=-1$ ou $x-5=1$
$\iff x=4$ ou $x=6$
$\boxed{S=\{4;6\}}$ (1)

2) $|2x+3|<5 \iff -5<2x+3<5$
$\iff -8<2x<2$
$\iff -4<x<1$
$\boxed{S=]-4;1[}$ (1)

3) $\sqrt{(x-1)^2}>1 \iff |x-1|>1$
$\iff x-1<-1$ ou $x-1>1$
$\iff x<0$ ou $x>2$
$\boxed{S=]-\infty;0[\cup]2;+\infty[}$ (1)

4) $|3-x|>-3$ Une valeur <u>absolue</u> étant toujours positive ou nulle, $\boxed{S=\mathbb{R}}$ (1)

5) $|x^2+x+1|=|x| \iff x^2+x+1=-x$ ou $x^2+x+1=x$
$\iff x^2+2x+1=0$ ou $x^2=-1$ (jamais vérifié)
$\iff (x+1)^2=0$
$\iff x=-1$ $\boxed{S=\{-1\}}$ (1)

6) $|x-2|\geqslant 2x$ (1)
2 cas :
• si $x\geqslant 2$ alors $x-2\geqslant 0$ donc $|x-2|=x-2$
donc (1) $\iff x-2\geqslant 2x \iff x\leqslant -2$
$x-2<2$ donc il n'y a pas de solution dans ce cas.
• si $x<2$ alors $x-2\leqslant 0$ donc $|x-2|=2-x$
donc (1) $\iff 2-x\geqslant 2x \iff 3x\leqslant 2 \iff x\leqslant \frac{2}{3}$
donc $]-\infty;\frac{2}{3}]$ est solution
$\boxed{S=]-\infty;\frac{2}{3}]}$ (1)

II) 1) <u>variation sur</u> $]-\infty;\frac{1}{4}]$

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1<x_2\leqslant\frac{1}{4}$, déterminons le signe de $f(x_1)-f(x_2)$:
$f(x_1)-f(x_2)=2x_1^2-x_1-1-2x_2^2+x_2+1$
$=2(x_1-x_2)(x_1+x_2)-(x_1-x_2)$
$=2(x_1-x_2)(x_1+x_2-\frac{1}{2})$ (1)

or par (H) $x_1<x_2$ donc $x_1-x_2<0$
$x_1<\frac{1}{4}$ et $x_2\leqslant\frac{1}{4}$ donc $x_1+x_2<\frac{1}{2}$ donc $x_1+x_2-\frac{1}{2}<0$
Bilan $f(x_1)-f(x_2)>0$ donc f est st ↘ sur $]-\infty;\frac{1}{4}]$

<u>variation sur</u> $[\frac{1}{4};+\infty[$

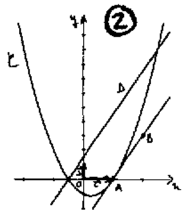
Pour tous x_1, x_2 tels que $\frac{1}{4}\leqslant x_1<x_2$, déterminons le signe de $f(x_1)-f(x_2)$:
$f(x_1)-f(x_2)=2(x_1-x_2)(x_1+x_2-\frac{1}{2})$ (1)
or par (H) $x_1<x_2$ donc $x_1-x_2<0$
$x_1\geqslant\frac{1}{4}$ et $x_2>\frac{1}{4}$ donc $x_1+x_2>\frac{1}{2}$ donc $x_1+x_2-\frac{1}{2}>0$
Bilan $f(x_1)-f(x_2)<0$ donc f est st ↗ sur $[\frac{1}{4};+\infty[$

<u>tableau de variation</u>

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
f	↘	$-\frac{9}{8}$	↗

(0,5)

2) <u>Courbe</u> (2)



3) ⓐ Soit $M(x;y)$ un point quelconque :
$M\in(AB)\iff \vec{AM}(x-1;y)$ et colinéaire à $\vec{AB}(1;3)$
$\iff 3(x-1)-y=0$
$\iff \boxed{y=3x-3}$ (1)

ⓑ les abscisses des points d'intersections de C_f avec (AB) sont les solutions de l'éq : $f(x)=3x-3$
$f(x)=3x-3 \iff 2x^2-x-1=3x-3 \iff 2x^2-4x+2=0 \iff 2(x-1)^2=0 \iff x=1$
donc (AB) coupe C_f en un unique point de coordonnées $\boxed{(1;0)}$ c'est à dire A (1)

ⓒ En reprenant le calcul de ⓑ, on a : $f(x)\geqslant 3x-3 \iff 2x^2-x-1\geqslant 3x-3 \iff (x-1)^2\geqslant 0$
or un carré est toujours positif ou nul donc l'inéquation ci-dessus est toujours vérifiée donc
$\boxed{C_f \text{ est toujours située au dessus de } (AB)}$ (1,5)

4) ⓐ D'après ⓐ, (AB) a le même coefficient directeur que D c'est à dire 3 : les deux droites sont donc parallèles (1)
ⓑ les solutions de $2x^2-x-1>3x+\frac{3}{2}$ sont les abscisses des points de C_f situés strictement au dessus de D
$\boxed{S=]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]\frac{5}{2};+\infty[}$ (1,5)

5) ⓐ $f(x)=0 \iff 2x^2-x-1=0 \iff x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0 \iff (x-\frac{1}{4})^2-\frac{9}{16}=0 \iff (x-1)(x+\frac{1}{2})=0$
$\iff x=1$ ou $x=-\frac{1}{2}$ $\boxed{S=\{-\frac{1}{2};1\}}$ (1)

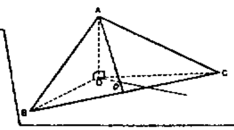
ⓑ $2x^4-x^2-1=0 \iff f(x^2)=0 \iff x^2=1$ ou $x^2=-\frac{1}{2}$ (n'est jamais vérifié) $\iff x^2=1 \iff x=-1$ ou $x=1$ $\boxed{S=\{-1;1\}}$ (1,5)

III) 1) • Par (H) le triangle ADB est rectangle en D donc d'après Pythagore, $AB^2=AD^2+BD^2$
par (H) le triangle ADC est rectangle en D donc d'après Pythagore, $AC^2=AD^2+DC^2$
de plus par (H) $BD=DC$ donc $BD^2=DC^2$
donc $AB^2=AD^2+BD^2=AD^2+DC^2=AC^2$

donc $AB=AC$ ($AB\neq -AC$ car ce sont deux longueurs positives)
donc le triangle ABC est isocèle en A et ses médiatrices sont aussi des hauteurs.
• Or par (H) O est le centre du cercle <u>circonscrit</u> à ABC. AO est donc une de ses médiatrices et donc aussi une hauteur : Bilan $\boxed{(AO)\perp(BC)}$ (3)

2) Par (H), $(AD)\perp(BD)$ et $(AD)\perp(DC)$. Donc (AD) est orthogonale à (BD) et (DC) qui sont deux droites sécantes en D de (BDC). Donc (AD) est orthogonale au plan (BDC) et donc aussi à toutes les droites de ce plan : Bilan $\boxed{(AD) \text{ est orthogonale à } (BC)}$ (2,5)

3) D'après 1) (BC) est perpendiculaire et donc orthogonale à (AO)
D'après 2) (BC) est orthogonale à (AD)
Donc (BC) est orthogonale à (AO) et (AD) qui sont deux droites sécantes en A de (AOD)
Donc (BC) est orthogonale au plan (AOD) et donc aussi à toutes les droites de ce plan :
Bilan $\boxed{(BC) \text{ est orthogonal à } (OD)}$ (2,5)



IV) 1) ⓐ $x^2-x\geqslant 0 \iff x(x-1)\geqslant 0$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
x^2-x		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S=]-\infty;0]\cup[1;+\infty[}$ (1,5)

ⓑ <u>si $x\leqslant 0$ ou $x\geqslant 1$</u> :
d'après ⓐ $x^2-x\geqslant 0$ donc $|x^2-x|=x^2-x$
donc $f(x)=\frac{1}{x^2-x-x+1}=\boxed{\frac{1}{(x-1)^2}}$ (2)

si $0\leqslant x\leqslant 1$:
d'après ⓐ $x^2-x\leqslant 0$ donc $|x^2-x|=x-x^2$ donc $f(x)=\frac{1}{x-x^2-x+1}=\boxed{\frac{1}{1-x^2}}$

ⓒ <u>variation sur</u> $]-\infty;0]$
pour tous x_1, x_2 tels que $x_1<x_2\leqslant 0$
on a : $x_1-1<x_2-1<-1$
or la fct carré est st ↘ sur $\mathbb{R}^-$ donc :
$(x_1-1)^2>(x_2-1)^2>1$
or la fct inverse est st ↘ sur $\mathbb{R}^{*+}$ donc :
$\frac{1}{(x_1-1)^2}<\frac{1}{(x_2-1)^2}$
$f(x_1)<f(x_2)$
donc f est st ↗ sur $]-\infty;0]$ (1)

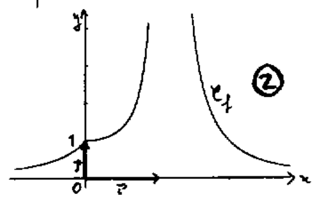
<u>variation sur</u> $[0;1]$
pour tous x_1, x_2 tels que $0\leqslant x_1<x_2\leqslant 1$
la fct carrée est st ↗ sur $\mathbb{R}^+$ donc :
$0\leqslant x_1^2<x_2^2\leqslant 1$
$0\geqslant -x_1^2>-x_2^2\geqslant -1$
$1\geqslant 1-x_1^2>1-x_2^2\geqslant 0$
or la fct inverse est st ↘ sur $\mathbb{R}^{*+}$:
$\frac{1}{1-x_1^2}<\frac{1}{1-x_2^2}$
$f(x_1)<f(x_2)$
donc f est st ↗ sur $[0;1]$ (1)

<u>Variation sur</u> $[1;+\infty[$
pour tous x_1, x_2 tels que $1\leqslant x_1<x_2$
on a : $0\leqslant x_1-1<x_2-1$
or la fct carrée est st ↗ sur $\mathbb{R}^+$
donc : $0\leqslant(x_1-1)^2<(x_2-1)^2$
or la fct inverse est st ↘ sur $\mathbb{R}^{*+}$
donc $\frac{1}{(x_1-1)^2}>\frac{1}{(x_2-1)^2}$
$f(x_1)>f(x_2)$
donc f est st ↘ sur $[1;+\infty[$ (1)

<u>tableau de variation</u>

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f		↗	‖	↘	

(0,5)



(2)

V Déterminons les valeurs possibles de $\frac{a}{|a|}$:
2 cas : si $a>0$ alors $|a|=a$ et $\frac{a}{|a|}=1$
si $a<0$ alors $|a|=-a$ et $\frac{a}{|a|}=-1$
Comme il en est de même pour $\frac{b}{|b|}$; $\frac{c}{|c|}$ et $\frac{a+b+c}{|a+b+c|}$, N est donc la somme de 4 termes égaux soit à 1 soit à -1. Ces 4 termes sont indépendants les uns des autres (même $\frac{a+b+c}{|a+b+c|}$!)

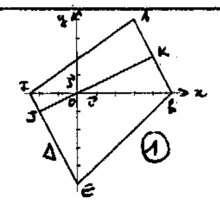
Si les 4 termes sont égaux à 1, on a : $N=1+1+1+1=4$
Si 3 termes sont égaux à 1, on a : $N=1+1+1-1=2$
Si 2 termes sont égaux à 1, on a : $N=1+1-1-1=0$
Si 1 terme est égal à 1, on a : $N=1-1-1-1=-2$
Si aucun terme n'est égal à 1, on a : $N=-1-1-1-1=-4$

N ne peut donc prendre que $\boxed{\text{ces 5 valeurs}}$ (4)

DS 2^{de} 4V102 3h Corrigé succinct

I 1) • $x_A \neq x_B$ donc (AB) n'est pas verticale et a une équation de la forme $y = mx + p$

$\begin{cases} A \in (AB) \\ B \in (AB) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_A = m x_A + p \\ y_B = m x_B + p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 3m + p & (1) \\ 0 = 5m + p & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = 4 & (1)-(2) \\ p = -5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ p = 10 \end{cases}$ $\boxed{(AB) : y = -2x + 10}$ 1



1

• $\Delta \parallel (AB)$ donc Δ n'est pas verticale et a le même coefficient directeur que (AB). Elle a donc une équation de la forme $y = -2x + p'$. Or $E \in \Delta \Leftrightarrow y_E = -2x_E + p' \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow p' = -5$ $\boxed{\Delta : y = -2x - 5}$ 1

2) $\begin{cases} I \in \Delta \\ I \in (Ox) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_I = -2x_I - 5 \\ y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -2x_I - 5 \\ y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -\frac{5}{2} \\ y_I = 0 \end{cases}$ $\boxed{I\left(-\frac{5}{2} ; 0\right)}$ 1

3) a) K est le milieu de [AB] $\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = 4 \\ y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = 2 \end{cases}$ $\boxed{K(4 ; 2)}$ 1

3) b) • $OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \dots = 5$ $OB = \sqrt{(x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2} = \dots = 5$ donc $OA = OB$ donc <u>O appartient à la médiatrice de [AB]</u>

• K est le milieu de [AB] donc <u>K appartient à la médiatrice de [AB]</u> BILAN : $\boxed{\text{la médiatrice de [AB] est (OK)}}$ 2

c) <u>équation de (OK)</u> : $x_O \neq x_K$ donc (OK) n'est pas verticale et comme elle passe par l'origine du repère, son équation est de la forme $y = mx$. Or $K \in (OK) \Leftrightarrow y_K = m x_K \Leftrightarrow 2 = m \times 4 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ <u>$(OK) : y = \frac{1}{2}x$</u>

• <u>Appelons J l'intersection de (OK) et Δ et déterminons ses coordonnées</u> : $\begin{cases} J \in (OK) \\ J \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_J = \frac{1}{2}x_J \\ y_J = -2x_J - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x_J = -2 \\ y_J = -1 \end{cases}$ <u>$J(-2 ; -1)$</u> 1

• <u>déterminons JK, AB et IE</u> :

$JK = \sqrt{(x_K - x_J)^2 + (y_K - y_J)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = \underline{3\sqrt{5}}$ de même $AB = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = \underline{2\sqrt{5}}$ et $IE = \sqrt{\frac{25}{4} + 25} = \sqrt{\frac{125}{4}} = \underline{\frac{5}{2}\sqrt{5}}$ 1

Bilan : les bases de ABEI sont [AB] et [IE], et d'après 3) b) $(OK) \perp (AB)$ donc [JK] est une hauteur de ABEI :

donc $\text{Aire}(ABEI) = \dfrac{AB + IE}{2} \times JK = \dfrac{\left(2\sqrt{5} + \frac{5}{2}\sqrt{5}\right)}{2} \times 3\sqrt{5} = \dfrac{9}{4} \times \sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = \boxed{\dfrac{135}{4}} = 33,75$ 1

II 1) variations sur $]-\infty ; 2[$

pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 < 2$,

$f(x_1) - f(x_2) = \dots = (x_1 - x_2)\left(1 + \dfrac{4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}\right)$ 1

par H $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

$x_1 < 2$ donc $x_1 - 2 < 0$; $x_2 < 2$ donc $x_2 - 2 < 0$ } donc $\dfrac{4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)} > 0$ 1 donc $1 + \dfrac{4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)} > 0$

Bilan $f(x_1) - f(x_2) < 0$ et f est st ↗ sur $]-\infty ; 2[$

variations sur $]2 ; +\infty[$

pour tous x_1, x_2 tels que $2 < x_1 < x_2$,

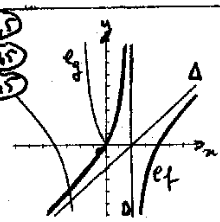
$f(x_1) - f(x_2) = \dots = (x_1 - x_2)\left(1 + \dfrac{4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}\right)$

par H $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

$x_1 > 2$ donc $x_1 - 2 > 0$; $x_2 > 2$ donc $x_2 - 2 > 0$ } donc $\dfrac{4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)} > 0$ 1 donc $1 + \dfrac{4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)} > 0$

Bilan $f(x_1) - f(x_2) < 0$ et f est st ↗ sur $]2 ; +\infty[$

$\mathcal{C}_f$ 1,5
$\mathcal{C}_g$ 1,5
D, Δ 0,5



x	$-\infty$		2		$+\infty$
f		↗	‖	↗	

0,5

2) pour tout x de $\mathbb{R} - \{2\}$, $f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{x - 2} = \dfrac{(x-2)^2 - 4}{x - 2} = \dfrac{(x - 2 - 2)(x - 2 + 2)}{x - 2} = \dfrac{x(x - 4)}{x - 2}$ 1

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
x		−	0	+		+		+	
$x-4$		−		−		−	0	+	
$x-2$		−		−	0	+		+	
$f(x)$		−	0	+	‖	−	0	+	

2

Bilan : si $x \in]-\infty ; 0[\cup]2 ; 4[$ alors $f(x) < 0$
si $x \in]0 ; 2[\cup]4 ; +\infty[$ alors $f(x) > 0$
si $x = 0$ ou $x = 4$ alors $f(x) = 0$

4) $f(x) < x - 2$ VI : $\boxed{x \neq 2}$

$\Leftrightarrow \cancel{x - 2} - \dfrac{4}{x - 2} < \cancel{x - 2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{x - 2} > 0 \Leftrightarrow x - 2 > 0$

$\Leftrightarrow x > 2$ $\boxed{S =]2 ; +\infty[}$ 1

Vérification graphique : les solutions sont les abscisses des pts de $\mathcal{C}_f$ situés en dessous de Δ. On retrouve bien $\boxed{S =]2 ; +\infty[}$ 1

5) a) $|x| - 2 \neq 0 \Leftrightarrow |x| \neq 2 \Leftrightarrow x \neq -2$ <u>et</u> $x \neq 2$ donc $\boxed{\mathcal{D}_g = \mathbb{R} - \{-2 ; 2\}}$ 1

b) $\mathcal{D}_g$ est centré en 0 et pour tout x de $\mathcal{D}_g$: $g(-x) = |-x| - 2 - \dfrac{4}{|-x| - 2} = |x| - 2 - \dfrac{4}{|x| - 2} = g(x)$

donc $\boxed{g \text{ est paire}}$ 1

c) si $x \geq 0$ alors $|x| = x$ donc $g(x) = f(x)$ donc sur $\mathbb{R}^+ - \{2\}$, g a les mêmes variations que f.

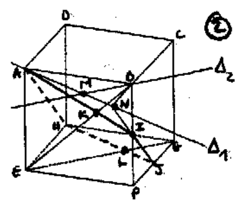
g étant paire, on peut en déduire ses variations sur $\mathbb{R}^- - \{-2\}$ 1,5

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
g		↘	‖	↘	0	↗	‖	↗	

0,5

III 1) b) • <u>Dans le plan (BFG)</u> : par H $\begin{cases} I \text{ est le milieu de } [BF] \\ J \text{ ——————— } [FG] \end{cases}$ donc d'après le th. de la droite des milieux dans BFG, on a : <u>(IJ) // (BG)</u>

• Or ABCDEFGH est un cube donc <u>(AH) // (BG)</u> → BILAN : (AH) // (BG) et (BG) // (IJ) donc $\boxed{(IJ) // (AH)}$ 1



2

c) d'après b), (IJ) // (AH) donc I, J, A et H sont sur un même plan donc (AI) et (HJ) sont coplanaires 1

d) Appelons Q le point commun à (AI) et (HJ) : $Q \in (AI)$ et $(AI) \subset (AEF)$ donc <u>$Q \in (AEF)$</u>

$Q \in (HJ)$ et $(HJ) \subset (HEF)$ donc <u>$Q \in (HEF)$</u> Bilan : Q appartient à l'intersection de (HEF) et (AEF)

c'est à dire à (EF) donc $\boxed{\text{le point commun à (AI) et (HJ) appartient aussi à (EF)}}$ 2

2) a) • <u>$A \in (ABC)$ et $A \in P$</u>, de plus (IJ) et (BC) sont deux droites non parallèles de (BFG) : elles ont donc une intersection que l'on appellera N.

On a donc $N \in (BC)$ donc <u>$N \in (ABC)$</u> et $N \in (IJ)$ donc <u>$N \in P$</u> $\boxed{\text{Bilan : } \Delta_1 \text{ est la droite (AN)}}$ 1,5

• <u>$B \in (BEG)$ et $B \in P$</u>, de plus (EG) est une droite de (EFG) et (EFG) est parallèle à (ABC) donc (EG) est parallèle à (ABC).

On a donc d'après la règle du toit : (BEG) et (ABC) sont deux plans sécants et (EG) qui est une droite de (BEG) est parallèle à (ABC), elle est donc parallèle à leur intersection Δ_2 $\boxed{\text{Bilan : } \Delta_2 \text{ est la parallèle à (EG) passant par B}}$ 1,5

b) $M \in \Delta_1$ et $\Delta_1 \subset P$ donc <u>$M \in P$</u> ; $M \in \Delta_2$ et $\Delta_2 \subset (BEG)$ donc <u>$M \in (BEG)$</u>

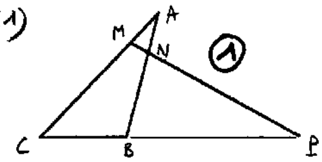
$L \in (HJ)$ et $(HJ) \subset P$ donc <u>$L \in P$</u> ; $L \in (EG)$ et $(EG) \subset (BEG)$ donc <u>$L \in (BEG)$</u>

$K \in (AI)$ et $(AI) \subset P$ donc <u>$K \in P$</u> ; $K \in (EB)$ et $(EB) \subset (BEG)$ donc <u>$K \in (BEG)$</u>

} Bilan, les 3 points M, L et K appartiennent à la droite d'intersection des plans distincts P et (BEG) : ils sont donc alignés. 2

2nde Composition de Maths 31 V 01 Corrigé succinct

I 1)



1

2) $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN}$ 1

$= \boxed{\frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}}$ (car par (H) $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AC}$ et $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB}$)

$\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{AB} + \vec{BP}$

$= -\frac{1}{4}\vec{AC} + \vec{AB} + 2\vec{CB}$ (car par (H) $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AC}$ et $\vec{BP} = 2\vec{CB}$)

$= -\frac{1}{4}\vec{AC} + \vec{AB} + 2\vec{CA} + 2\vec{AB}$

$= \boxed{3\vec{AB} - \frac{9}{4}\vec{AC}}$ 1

On remarque que

$9\vec{MN} = 9\left(\frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}\right)$

$= 3\vec{AB} - \frac{9}{4}\vec{AC}$

$= \vec{MP}$

donc $\vec{MN}$ et $\vec{MP}$ sont colinéaires

et $\boxed{M, N, P \text{ sont alignés}}$ 1

II 1) par (H), (MN) et (AD) sont deux droites du plan (ADF), elles sont donc coplanaires.

comme de plus elles ne sont pas parallèles, elles ont donc une intersection que l'on appellera I.

$I \in (MN)$ donc $I \in (MNP)$

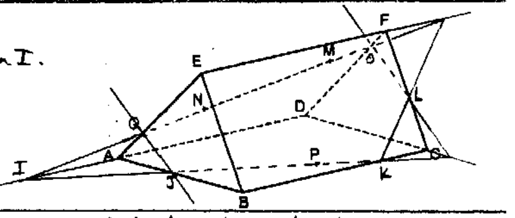
$I \in (AD)$ donc $I \in (ABC)$

$P \in (MNP)$

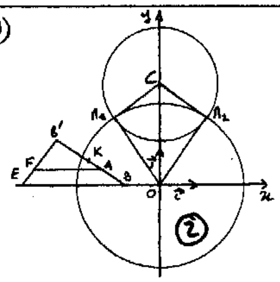
$P \in (ABC)$

donc l'intersection de (MNP) et (ABC) est la droite (IP) 2

2) la section demandée est $\boxed{\text{le polygone JKLOQ}}$ 2



III 1)



2) par (H), B' est le symétrique de B par rapport à K donc K est le milieu de [BB']

donc : $\begin{cases} x_K = \frac{x_B + x_{B'}}{2} \\ y_K = \frac{y_B + y_{B'}}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} -2 = \frac{-1 + x_{B'}}{2} \\ \frac{2}{3} = \frac{0 + y_{B'}}{2} \end{cases}$ donc $\boxed{B'\left(-3 ; \frac{4}{3}\right)}$ 1

3) le repère étant orthonormé, $EB = \sqrt{(x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = \boxed{3}$ $EB' = \ldots = \boxed{\frac{5}{3}}$ $BB' = \ldots = \boxed{\frac{2\sqrt{13}}{3}}$ 1,5

4) (a) par (H), $\begin{cases} OM = BB' \\ CM = EB' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \in \mathcal{C}(O ; BB') \\ M \in \mathcal{C}(C ; EB') \end{cases}$ 1 On trace donc ces deux cercles et comme la distance entre leurs centres est comprise entre la différence et la somme de leurs rayons $\left(\frac{2\sqrt{13}}{3} - \frac{5}{3} < 3 < \frac{2\sqrt{13}}{3} + \frac{5}{3}\right)$, ils ont deux pts d'intersection que l'on nommera M_1 et M_2 0,5

(b) par (H), $OM = BB'$ et $CM = EB'$ de plus $OC = 3 = EB$ donc les triangles OMC et EBB' ont leurs côtés égaux deux à deux et sont donc isométriques 2

(c) Soient (x, y) les coordonnées de M :

$OM = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$, $CM = \sqrt{(x_M - x_C)^2 + (y_M - y_C)^2} = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$ et d'après 3) $BB' = \frac{2\sqrt{13}}{3}$ et $EB' = \frac{5}{3}$

donc $\begin{cases} OM = BB' \\ CM = EB' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OM^2 = BB'^2 \\ CM^2 = EB'^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{52}{9} \\ x^2 + (y-3)^2 = \frac{25}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{52}{9} \\ x^2 + y^2 - 6y + 9 = \frac{25}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{52}{9} \\ \frac{52}{9} - 6y + 9 = \frac{25}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{52}{9} \\ y = 2 \end{cases}$

(des distances étant toujours positives, on a bien une équivalence)

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{52}{9} - 4 = \frac{16}{9} \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \text{ ou } x = \frac{4}{3} \\ y = 2 \end{cases}$ $\boxed{M_1\left(-\frac{4}{3} ; 2\right) \quad M_2\left(\frac{4}{3} ; 2\right)}$ 4

5) (a) par (H) $\vec{BA} = \frac{1}{3}\vec{BB'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_B = \frac{1}{3}(x_{B'} - x_B) \\ y_A - y_B = \frac{1}{3}(y_{B'} - y_B) \end{cases} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{5}{3} \\ y_A = \frac{4}{9} \end{cases}$ $\boxed{A\left(-\frac{5}{3} ; \frac{4}{9}\right)}$ 1

(b) par (H) (AF) // (EB) donc (AF) // (xx') donc $y_F = y_A = \frac{4}{9}$

de plus E, F, B' alignés $\Leftrightarrow$ $\vec{EF}\left(x_F + 4 ; \frac{4}{9}\right)$ et $\vec{EB'}\left(1 ; \frac{4}{3}\right)$ colinéaires $\Leftrightarrow x_{\vec{EF}}\, y_{\vec{EB'}} - y_{\vec{EF}}\, x_{\vec{EB'}} = 0 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x = -\frac{11}{3}$ $\boxed{F\left(-\frac{11}{3} ; \frac{4}{9}\right)}$ 2

(c) par (H), (AF) // (EB) ; B', A, B sont alignés ; B', F, E sont alignés donc $\widehat{B'FA}$ et $\widehat{B'EB}$ sont correspondants et donc égaux ainsi que $\widehat{B'AF}$ et $\widehat{B'BE}$

les deux triangles B'AF et EBB' ont donc deux de leurs angles égaux deux à deux. Ils sont donc semblables et comme d'après 4(b) EBB' et OMC sont isométriques, $\boxed{\text{B'AF et COM sont semblables}}$ 1

IV 1) pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 < -2$

on a $x_1 + 2 < x_2 + 2 < 0$

la fct inverse est st ↘ sur $\mathbb{R}^{*-}$

donc $\frac{1}{x_1+2} > \frac{1}{x_2+2}$

$\frac{3}{x_1+2} > \frac{3}{x_2+2}$

$f(x_1) > f(x_2)$

f est st ↘ sur $]-\infty ; -2[$ 1

pour tous x_1, x_2 tels que $-2 < x_1 < x_2 \leq 1$

on a $0 < x_1 + 2 < x_2 + 2$

la fct inverse est st ↘ sur $\mathbb{R}^{*+}$

donc $\frac{1}{x_1+2} > \frac{1}{x_2+2}$

$\frac{3}{x_1+2} > \frac{3}{x_2+2}$

$f(x_1) > f(x_2)$

f est st ↘ sur $]-2 ; 1]$ 1

pour tous x_1, x_2 tels que $1 < x_1 < x_2$ (1)

la fct carrée est st ↗ sur $\mathbb{R}^+$

donc $1 < x_1^2 < x_2^2$

$0 < x_1^2 - 1 < x_2^2 - 1$

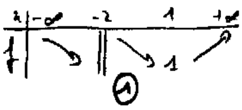
la fct racine est st ↗ sur $\mathbb{R}^+$

$0 < \sqrt{x_1^2 - 1} < \sqrt{x_2^2 - 1}$ (2)

donc d'après (1) et (2), on a :

$x_1 + \sqrt{x_1^2 - 1} < x_2 + \sqrt{x_2^2 - 1}$

f est st ↗ sur $]1 ; +\infty[$ 2



1

tableau valeurs 0,5

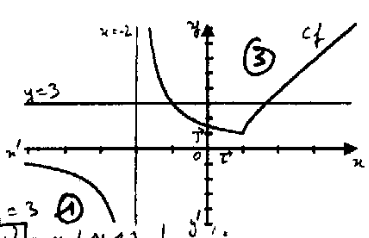
3) (a) une racine est toujours positive donc pour tout $x > 1$, on a : $\begin{cases} x > 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} \geq 0 \end{cases}$ donc $x + \sqrt{x^2 - 1} > 1 > 0$ donc $\boxed{f(x) > 0}$ 1

(b) intersection de Cf avec (yy') : c'est le point de coordonnées $(0, f(0))$ c'est à dire $\boxed{\left(0 ; \frac{3}{2}\right)}$ 0,5

intersection de Cf avec (xx') :

- sur $]-2 ; +\infty[$, d'après le tableau de variations, f admet un minimum de 1 donc Cf n'a pas d'intersection avec (xx') pour tous les points d'abscisses supérieures à -2
- sur $]-\infty ; -2[$, $x + 2 < 0$ donc $\frac{3}{x+2} < 0$ donc $f(x) < 0$ donc Cf n'a pas d'intersection avec (yy') pour tous les points d'abscisses inférieures à -2

2



4) (a) les solutions de $f(x) = 3$ sont les abscisses des pts d'intersection de Cf avec la droite d'éq $y = 3$ 1

(b) si $x \leq 1$ alors $f(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{x+2} = 3 \Leftrightarrow x + 2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$ (solution car $-1 \leq 1$) $\boxed{S = \{-1 ; \alpha\}}$ avec $\alpha \approx 1{,}7$

si $x > 1$ alors $f(x) = 3 \Leftrightarrow x + \sqrt{x^2 - 1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} = 3 - x \Leftrightarrow x^2 - 1 = (3 - x)^2$

Justifier l'équivalence ! $\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 1 = 9 - 6x + \cancel{x^2} \Leftrightarrow x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ (solution car $\frac{5}{3} > 1$)

Bilan : $\boxed{S = \left\{-1 ; \frac{5}{3}\right\}}$ 2

(c) les solutions de $f(x) > 3$ sont les abscisses des pts de Cf situés au dessus de la droite d'éq $y = 3$: $\boxed{S =]-2 ; -1[\cup]\alpha ; +\infty[}$ 1

2IS Composition du 1 III 01 Corrigé succinct

I) $\left|x - \frac{1}{\sqrt5-2}\right| \le 1 \iff -1 \le x - \frac{1}{\sqrt5-2} \le 1 \iff -1+\frac{1}{\sqrt5-2} \le x \le 1+\frac{1}{\sqrt5-2} \iff -1+\frac{\sqrt5+2}{5-4} \le x \le 1+\frac{\sqrt5+2}{5-4}$

$\iff -1+\sqrt5+2 \le x \le 1+\sqrt5+2 \iff \sqrt5+1 \le x \le \sqrt5+3$ Bilan : $\boxed{S=[\sqrt5+1\,;\,\sqrt5+3]}$ 2

II) 1) valeur interdite : $x \neq 3$ donc f est définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ 1

2) variations sur $]-\infty\,;3[$

pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 < 3$, déterminons le signe de $f(x_1)-f(x_2)$:

$f(x_1)-f(x_2) = \frac{2x_1-11}{x_1-3} - \frac{2x_2-11}{x_2-3} = \dots = \frac{5(x_1-x_2)}{(x_1-3)(x_2-3)}$ 1

or par (H), $\begin{cases} x_1 < x_2 & \text{donc } x_1-x_2<0 \\ x_1<3 & \text{donc } x_1-3<0 \\ x_2<3 & \text{donc } x_2-3<0 \end{cases}$ Donc $f(x_1)-f(x_2)<0$ et f est strict ↗ sur $]-\infty\,;3[$ 1

variations sur $]3\,;+\infty[$

pour tous x_1, x_2 tels que $3<x_1<x_2$, déterminons le signe de $f(x_1)-f(x_2)$:

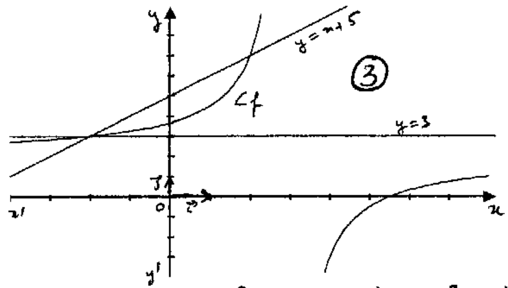
d'après ce qui précède, $f(x_1)-f(x_2) = \frac{5(x_1-x_2)}{(x_1-3)(x_2-3)}$

or par (H) $\begin{cases} x_1 < x_2 & \text{donc } x_1-x_2<0 \\ x_1>3 & \text{donc } x_1-3>0 \\ x_2>3 & \text{donc } x_2-3>0 \end{cases}$ Donc $f(x_1)-f(x_2)<0$ et f est strict ↗ sur $]3\,;+\infty[$ 1

tableau de variations

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f	↗	‖	↗

0,5



3

3) algébriquement :

$f(x) = 3$ si $\boxed{x\neq 3}$ 0,25

$\iff \frac{2x-11}{x-3} = 3 \iff 2x-11 = 3(x-3) \iff x=-2$ $\boxed{S=\{-2\}}$ 1

graphiquement : les solutions de l'éq $f(x)=3$ sont les abscisses des pts d'intersection de Cf avec la droite d'éq $y=3$: $\boxed{S=\{-2\}}$ 1,5

4) algébriquement :

$f(x) \le x+5$ si $\boxed{x\neq 3}$ 0,25

$\iff \frac{2x-11}{x-3} \le x+5 \iff \frac{2x-11}{x-3} - \frac{(x+5)(x-3)}{x-3} \le 0 \iff \dots \iff \frac{(2-x)(2+x)}{x-3} \le 0$

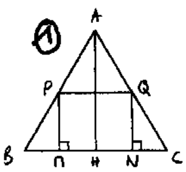
x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
$2-x$		+		+	0	−		−	
$2+x$		−	0	+		+		+	
$x-3$		−		−		−	0	+	
Q		+	0	−	0	+	‖	−	

2 $\boxed{S=[-2\,;2]\cup]3\,;+\infty[}$

graphiquement les solutions de l'inéq sont les abscisses des pts de Cf situés au dessous de la droite d'éq $y=x+5$: $\boxed{S=[-2\,;2]\cup]3\,;+\infty[}$ 1,5

III

1



1) D'après la construction de la figure, $0 \le MN \le BC$ donc $0 \le x \le 12$ $\boxed{x\in[0\,;12]}$ 1

2) déterminons PM : par (H), $(PM)\perp(BC)$ et $(BC)\perp(AH)$ donc $(PM)\,//\,(AH)$

On a donc : $P\in(AB)$, $M\in(BH)$, $(PM)\,//\,(AH)$ Donc d'après Thalès dans les triangles BPM et BAH, on a : $\frac{PM}{AH} = \frac{BM}{BH}$ soit $PM = \frac{BM\times AH}{BH}$

or $MH = \frac{MN}{2} = \frac{x}{2}$ et $BH = \frac{12}{2} = 6$ donc $BM = 6 - \frac{x}{2}$

de plus, par (H), AHB est rectangle en H donc d'après Pythagore, $AB^2 = AH^2 + BH^2$ donc $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 12^2 - 6^2 = 108$

donc $AH = \sqrt{108} = 6\sqrt3$ $(AH \geqslant 0)$ Bilan $PM = \frac{BM\times AH}{BH} = \frac{\left(6-\frac{x}{2}\right)\times 6\sqrt3}{6} = \sqrt3\left(6-\frac{x}{2}\right)$ 5

déterminons $A(x)$: pour tout x de $[0\,;12]$, $A(x) = MN \times PM = \sqrt3\, x\left(6-\frac{x}{2}\right) = \boxed{-\frac{\sqrt3}{2}x^2 + 6\sqrt3\, x}$

3) Si P est en A, MNQP est un rectangle plat d'aire nulle. Si P s'éloigne de A, l'aire de MNQP augmente. 2

Si P est en B ——— B

Quand x va de 0 à 12, P va de A vers B et il semblerait donc que A soit d'abord croissante puis décroissante.

4) variations sur $[0\,;6]$: pour tous x_1, x_2 tels que $0 \le x_1 < x_2 \le 6$

$A(x_1) - A(x_2) = \dots = \sqrt3(x_1-x_2)\left(6 - \frac{x_1+x_2}{2}\right)$ 1

or par (H), $x_1<x_2$ donc $x_1-x_2<0$

$\left.\begin{matrix} x_1<6 \\ x_2\le 6\end{matrix}\right\}$ donc $x_1+x_2<12$ donc $\frac{x_1+x_2}{2}<6$ 1,5

donc $6 - \frac{x_1+x_2}{2} > 0$

donc $A(x_1)-A(x_2)<0$ et A strict ↗ sur $[0\,;6]$

variations sur $[6\,;12]$: pour tous x_1, x_2 tels que $6 \le x_1 < x_2 \le 12$

d'après ce qui précède, $A(x_1) - A(x_2) = \sqrt3(x_1-x_2)\left(6 - \frac{x_1+x_2}{2}\right)$

or par (H), $x_1<x_2$ donc $x_1-x_2<0$

$\left.\begin{matrix} x_1\ge 6 \\ x_2> 6\end{matrix}\right\}$ donc $x_1+x_2>12$ donc $\frac{x_1+x_2}{2}>6$ 1,5

et $6 - \frac{x_1+x_2}{2} < 0$

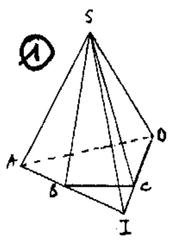
donc $A(x_1)-A(x_2)>0$ et A est strict ↘ sur $[6\,;12]$

x	0	6	12
A	0 ↗	$18\sqrt3$	↘ 0

1

IV

1



1) par (H) ABCD n'est pas un trapèze donc (AB) et (CD) sont non parallèles et comme elles sont coplanaires (plan (ABC)) elles ont une intersection que l'on nommera I. 2

2) $S\in(SAB)$ $I\in(AB)$ donc $I\in(SAB)$

$S\in(SCD)$ $I\in(CD)$ donc $I\in(SCD)$

donc S et I appartiennent à l'intersection des plans distincts (SAB) et (SCD) qui est donc la droite (SI) 2

V par (H), $\begin{cases} C'\in(AB) \\ C'\in P\end{cases}$ donc $C'\in(ABC)$

3 $\begin{cases} B'\in(AC) \\ B'\in P\end{cases}$ donc $B'\in(ABC)$

$\begin{cases} A'\in(BC) \\ A'\in P\end{cases}$ donc $A'\in(ABC)$

Donc A', B' et C' sont situés sur l'intersection des plans distincts P et (ABC). cette intersection étant une droite, ces points doivent être alignés.

La figure est donc fausse car A', B' et C' ne sont pas alignés.

Pour la corriger, il suffit de les aligner

figure corrigée : 2