2k DS du 17X108 2h Corrigé succinct

I)

1) Coordonnées de A

$A \in (Oy)$ donc $x_A = 0$

$A \in \mathcal{C}_f$ donc $y_A = f(x_A) = f(0) = (-1)(-2)^2 + 8 = 4$ $\boxed{A(0;4)}$ (2)

2) Résoudre graphiquement (I_1)

Les solutions sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés au dessus de l'axe (Ox) $\boxed{S = [-2;2]}$ (2)

3) Résoudre algébriquement (I_1)

$(I_1) \iff \left(\frac{x}{10} - 1\right)(x-2)^2 - \frac{x}{5}(x-2) - 4x + 8 \geq 0$

$(I_1) \iff \left(\frac{x}{10} - 1\right)(x-2)^2 + \frac{x}{5}(x-2) - 4(x-2) \geq 0$

$(I_1) \iff (x-2)\left[\left(\frac{x}{10} - 1\right)(x-2) + \frac{x}{5} - 4\right] \geq 0$

$(I_1) \iff (x-2)\left[\left(\frac{x}{10} - 1\right)(x-2) + 4\left(\frac{x}{10} - 1\right)\right] \geq 0$

$(I_1) \iff (x-2)\left(\frac{x}{10} - 1\right)(x-2+4) \geq 0$

$(I_1) \iff (x-2)(x-10)(x+2) \geq 0$ (3)

x	$-\infty$		-2		2		10		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-10$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
produit		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\boxed{S = [-2;2] \cup [10;+\infty[}$ (3)

Dans la question 2) le cadrage de la courbe n'était pas bon et ne permettait pas de voir qu'il y avait des solutions en dehors de la fenêtre du graphique. (2)

II)

1) Montrer que $8x + 4y = 100$

Le paquet est constitué de 2 faces carrées et de 4 faces rectangulaires.

Pour recouvrir chaque face carrée il faut $x + x$ cm soit $4x$ en tout.

Pour recouvrir chaque face rectangulaire il faut $x + y$ cm soit $4(x+y)$ en tout

On doit donc avoir en tout : $4x + 4(x+y) = 100$ soit : $\boxed{8x + 4y = 100}$ (2)

2) Déterminer D_f

D'après 1) on a : $8x + 4y = 100$ donc $2x + y = 25$ donc $y = 25 - 2x$

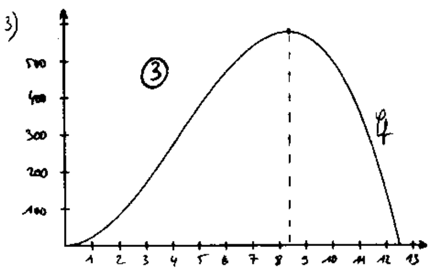
Le paquet est un parallélépipède rectangle de dimensions $x \times x \times y$

donc les conditions sont : $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ 25 - 2x \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ 25 \geq 2x \end{cases} \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq \frac{25}{2} \end{cases}$ $\boxed{D_f = \left[0; \frac{25}{2}\right]}$ (3)

Déterminer $f(x)$

Pour tout x de D_f, on a donc $\boxed{f(x) = x \times x \times y = x^2(25 - 2x)}$ (2)

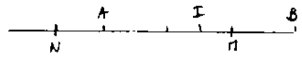
3)



La valeur de x cherchée est l'abscisse du point le plus haut de $\mathcal{C}_f$:

$\boxed{x \approx 8{,}3 \text{ cm}}$ (2)

III)



(1)

1) Ensemble des points M

$\vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0} \iff \vec{MA} + 2\vec{MA} + 2\vec{AB} = \vec{0} \iff 3\vec{MA} + 2\vec{AB} = \vec{0} \iff \vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

$\boxed{\text{Il y a donc un seul point M qui est l'image de A par la translation de vecteur } \frac{2}{3}\vec{AB}}$ (1,5)

2) Ensemble des points N

$\vec{NA} + \vec{NI} = \vec{AB} \iff \vec{NA} + \vec{NA} + \vec{AI} = \vec{AB} \iff 2\vec{NA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \vec{AB} \iff 2\vec{NA} = \frac{1}{2}\vec{AB} \iff \vec{AN} = -\frac{1}{4}\vec{AB}$

(car par (H) I est le milieu de [AB] donc $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$)

$\boxed{\text{Il y a donc un seul point N qui est l'image de A par la translation de vecteur } -\frac{1}{4}\vec{AB}}$ (1,5)

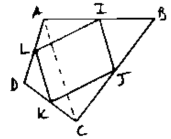
3) Ensemble des points P

$\vec{PA} + \vec{PB} = 2\vec{PI} \iff \cancel{\vec{PA}} + \cancel{\vec{PA}} + \vec{AB} = \cancel{2\vec{PA}} + 2\vec{AI} \iff \vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB} \iff$ I est le milieu de [AB]

or ceci est toujours vrai par (H) !!

$\boxed{\text{L'ensemble des points P est donc le plan tout entier !}}$ (2)

IV)



1) Exprimer $\vec{IJ}$ en fonction de $\vec{AC}$

$\vec{IJ} = \vec{IB} + \vec{BJ}$

$\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC}$ (car par (H), I est le milieu de [AB] et J celui de [BC])

$\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC})$

$\boxed{\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AC}}$ (3)

2) Déterminer la nature de IJKL

$\vec{LK} = \vec{LP} + \vec{PK}$

$= \frac{1}{2}\vec{AP} + \frac{1}{2}\vec{PC}$ (car par (H) L est le milieu de [AP] et K celui de [PC])

$= \frac{1}{2}(\vec{AP} + \vec{PC})$

$= \frac{1}{2}\vec{AC}$

or d'après 1) $\frac{1}{2}\vec{AC} = \vec{IJ}$

donc $\vec{LK} = \vec{IJ}$

donc $\boxed{\text{IJKL est un parallélogramme}}$ (3)

V)

Résoudre (E_1) : $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$

$(E_1) \iff 2 \times 2^x + 2^x = 9 \times 3^y - 3^y$

$(E_1) \iff (2+1)\,2^x = (9-1)\,3^y$

$(E_1) \iff 3 \times 2^x = 8 \times 3^y$

$(E_1) \iff \frac{2^x}{2^3} = \frac{3^y}{3}$

$(E_1) \iff 2^{x-3} = 3^{y-1}$

Or une puissance de 2 ne peut être un multiple de 3 et une puissance de 3 ne peut être un multiple de 2 !!

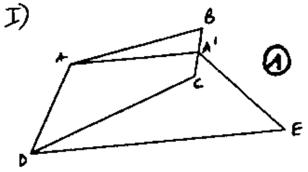
donc $(E_1) \iff x - 3 = 0$ et $y - 1 = 0$

$(E_1) \iff x = 3$ et $y = 1$

$\boxed{S = \{(3;1)\}}$ (4)

2^{IK} DS du 21/X/05 1h30 Corrigé succinct

I)



1) Par (H) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} - 2\overrightarrow{DA}$

$= \cancel{\overrightarrow{DA}} + \overrightarrow{AB} + \cancel{\overrightarrow{DA}} + \overrightarrow{AC} - \cancel{2\overrightarrow{DA}}$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C}$

$= 2\overrightarrow{AA'} + \vec{0}$ (car par (H) A' est le milieu de [BC] donc $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} = \vec{0}$)

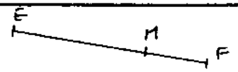
$\boxed{\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{AA'}}$ (4)

Bilan : E est donc l'image de D par la translation de vecteur $2\overrightarrow{AA'}$ (1)

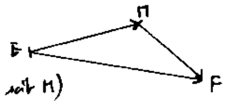
2) D'après 1) $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{AA'}$ donc $\overrightarrow{DE}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AA'}$
donc (DE) est parallèle à (AA')
donc $\boxed{\text{ADEA' est un trapèze}}$ de bases [DE] et [AA'] (2)

II)

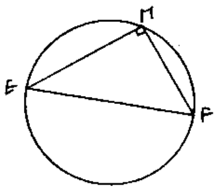
1) $EM + MF = EF \iff \boxed{M \in [EF]}$ (2)
(le chemin le plus court entre deux points est la droite !)



2) $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EF} \iff \boxed{M \in \mathcal{P}}$ (2)
(On reconnait la relation de Chasles qui est vérifiée quel que soit M)



3) $EM^2 + MF^2 = EF^2 \iff (EM) \perp (MF)$ (D'après Pythagore et sa réciproque dans le triangle EMF)
$\iff$ $\boxed{\text{M appartient au cercle de diamètre [EF]}}$ (D'après la propriété du triangle rectangle inscrit dans un cercle)



(2)

III)

Exprimons $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en fonction des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

$= 2\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\vec{v} = \frac{1}{2}(5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$= \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Bilan : On remarque donc que $\vec{v} = 3\vec{u}$.
$\boxed{\text{Les vecteurs } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont donc colinéaires}}$ (8)

IV)

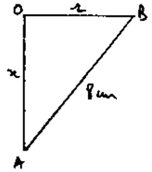
1) Plus A se rapproche de O, plus le cône est aplati, plus x est proche de 0.
Plus A s'éloigne de O, plus le cône est pointu, plus x est proche de AB c'est-à-dire 8 cm.
Bilan $\boxed{D_f = [0 ; 8]}$ (1)

2) Le disque en carton ayant 8 cm de diamètre, on a d'après Pythagore dans le triangle OBA rectangle en O : $AB^2 = AO^2 + OB^2$

donc $8^2 = x^2 + r^2$

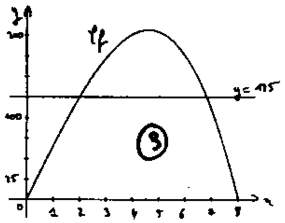
donc $r^2 = 64 - x^2$

donc $\boxed{r = \sqrt{64 - x^2}}$ (3) (r est une longueur positive donc $r \neq -\sqrt{64-x^2}$)



3) L'ouverture du cornet est un disque d'aire πr^2
la hauteur du cornet est x
donc pour tout x de D_f, $f(x) = \frac{\pi r^2 \times x}{3} = \frac{\pi(64-x^2) \times x}{3} = \boxed{\frac{\pi}{3}(-x^3 + 64x)}$ (3)

4)



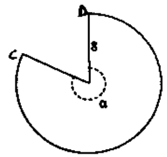
(3)

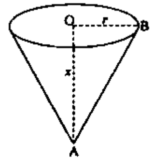
5) Les solutions de l'équation $f(x) = 125$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec la droite d'équation $y = 125$. (3)

$S = \{a ; b\}$ avec $a \approx 2$ et $b \approx 6,8$

Des deux valeurs trouvées (2 et 6,8), choisissons celle qui permet d'avoir le cornet le plus pointu : le cornet devra donc avoir $\boxed{\text{une hauteur d'environ 6,8 cm}}$ (1)

6) Ci-contre, l'arc $\widehat{CD}$ sur la figure de gauche correspond au périmètre du cercle de centre O et de rayon r sur la figure de droite donc $\widehat{CD} = 2\pi r$ (1)





De plus $\widehat{CD}$ est proportionnel à α :

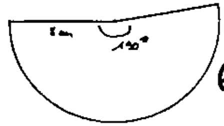
angle (°)	arc associé (cm)
360	$2\pi \times 8$
α	↑

$\widehat{CD} = \frac{2\pi \times 8 \times \alpha}{360} = \frac{2\pi\alpha}{45}$ (2)

Bilan d'après (1) et (2), on a : $\frac{\cancel{2\pi}\alpha}{45} = \cancel{2\pi} r$

donc $\alpha = 45r = \boxed{45\sqrt{64 - x^2}}$ (3)

Avec $x \approx 6,8$ on obtient $\alpha \approx 45\sqrt{64 - 6,8^2} \approx 190°$



(1)

2DS Composition du 13 X 01 2h Corrigé succinct

I 1) ⓐ par (H) $OM = 5$ donc M décrit le demi-cercle de centre O et de rayon 5 situé au dessus de l'axe (xx')

donc $\boxed{x \in [-5\,;5]}$ (1,5)

ⓑ par (H) OMN est rectangle en N donc d'après Pythagore $OM^2 = ON^2 + MN^2$ donc $5^2 = x^2 + y^2$

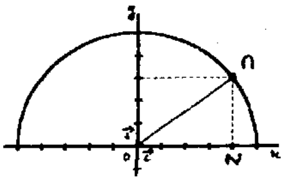
donc $y^2 = 25 - x^2$ donc $\boxed{y = \sqrt{25 - x^2}}$ (par (H) $y \geq 0$) (1,5)

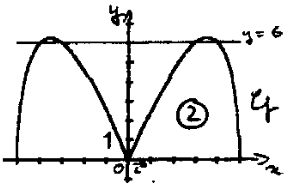
x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	4,9	6	6,2	6	4,6	2,5	0	2,5	4,6	6

2) ⓐ comme par (H) OMN est rectangle en N, $f(x) = \dfrac{ON \times MN}{2}$

si $x \geq 0$, $ON = x$ donc $f(x) = \dfrac{x\sqrt{25-x^2}}{2}$ (1,5)

si $x \leq 0$, $ON = -x$ donc $f(x) = -\dfrac{x\sqrt{25-x^2}}{2}$ (1,5)





3) ⓐ les solutions de l'éq $f(x) = 0$ sont les abscisses des pts d'intersection de C_f avec l'axe (xx') $\boxed{S = \{-5\,;0\,;5\}}$ (1,5)

ⓑ les solutions de l'inéq $f(x) < 6$ sont les abscisses des pts de C_f situés en dessous de la droite d'équation $y = 6$ $\boxed{S = [-5\,;-4[\, \cup\,]-3\,;3[\, \cup\,]4\,;5]}$ (1,5)

ⓒ les solutions de l'inéq $f(x) < 10$ sont les abscisses des pts de C_f situés en dessous de la droite d'éq $y = 10$ $\boxed{S = [-5\,;5]}$ (1,5)

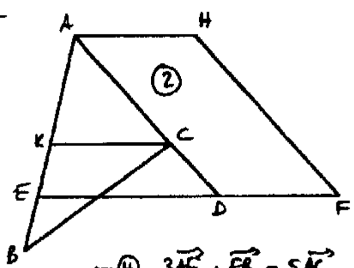
4) la courbe C_f admet deux points d'ordonnées maximum. leurs abscisses sont environ $-3,5$ et $3,5$

$\boxed{\text{l'aire de } OMN \text{ est donc maximum autour de } x = -3,5 \text{ et } x = 3,5}$ (1,5)

II $28 = 2 \times 2 \times 7$ les diviseurs de 28 sont donc : 1, 2, 4 $(= 2\times 2)$, 7, 14 $(= 2 \times 7)$, 28

Or $\dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{7} + \dfrac{1}{14} + \dfrac{1}{28} = \dfrac{28+14+7+4+2+1}{28} = \dfrac{56}{28} = \boxed{2}$ ④ Or 2 est un entier !

III



1) par (H) $\vec{AD} + 3\vec{DC} = \vec{0}$

donc $\vec{AD} + 3\vec{DA} + 3\vec{AC} = \vec{0}$

donc $2\vec{AD} = 3\vec{AC}$

donc $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AC}$

donc $\boxed{D = t_{\frac{3}{2}\vec{AC}}(A)}$ (1,5)

par (H) $\vec{AE} + 3\vec{BE} = \vec{0}$

donc $\vec{AE} + 3\vec{BA} + 3\vec{AE} = \vec{0}$

donc $4\vec{AE} = 3\vec{AB}$

donc $\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AB}$

donc $\boxed{E = t_{\frac{3}{4}\vec{AB}}(A)}$ (1,5)

par (H) $3\vec{AF} + \vec{FB} = 5\vec{AC}$

donc $3\vec{AF} + \vec{FA} + \vec{AB} = 5\vec{AC}$

donc $2\vec{AF} = -\vec{AB} + 5\vec{AC}$

donc $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{5}{2}\vec{AC}$

donc $\boxed{F = t_{-\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{5}{2}\vec{AC}}(A)}$ (1,5)

par (H) $\vec{AH} - \vec{BH} + 2\vec{CH} = \vec{0}$

donc $\cancel{\vec{AH}} - \vec{BA} - \cancel{\vec{AH}} + 2\vec{CH} = \vec{0}$

donc $2\vec{CH} = \vec{BA}$

donc $\vec{CH} = \frac{1}{2}\vec{BA}$

donc $\boxed{H = t_{\frac{1}{2}\vec{BA}}(C)}$ (1,5)

2)

$\vec{DF} = \vec{DA} + \vec{AF} = -\frac{3}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{5}{2}\vec{AC} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC}$ ① (d'après 1) $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AC}$ et $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{5}{2}\vec{AC}$)

$\vec{DE} = \vec{DA} + \vec{AE} = -\frac{3}{2}\vec{AC} + \frac{3}{4}\vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AC}$ ① (d'après 1) $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AC}$ et $\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AB}$)

$\vec{CK} = \vec{CA} + \vec{AK} = \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}$ ① (par (H) $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AB}$)

$\vec{BE} = \vec{BA} + \vec{AE} = -\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AB} = -\frac{1}{4}\vec{AB}$ ① (d'après 1) $\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AB}$)

$\vec{BK} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$ ① (par (H) $\vec{BK} = \frac{1}{2}\vec{BA}$)

$\vec{AH} = \vec{AC} + \vec{CH} = \vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BA} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC}$ ① (d'après 1) $\vec{CH} = \frac{1}{2}\vec{BA}$)

3) ⓐ d'après 2) $-\frac{3}{2}\vec{DF} = -\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC}\right) = \frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AC} = \vec{DE}$ donc $\vec{DE}$ est colinéaire à $\vec{DF}$ et <u>D, E, F alignés</u> ①

ⓑ d'après 2) $\frac{3}{2}\vec{CK} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}\right) = \frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AC} = \vec{DE}$ donc $\vec{DE}$ est colinéaire à $\vec{CK}$ donc <u>$(DE) \,//\, (CK)$</u> ①

ⓒ d'après 2) $\frac{1}{2}\vec{BK} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\vec{AB}\right) = -\frac{1}{4}\vec{AB} = \vec{BE}$ donc <u>E est le milieu de [BK]</u> ①

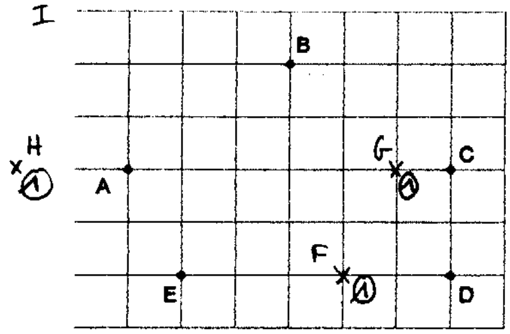
ⓓ d'après 2) $\vec{DF} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AH}$ donc <u>ADFH est un parallélogramme</u> ①

IV On remarque que $\sqrt{13 + A} = \sqrt{13 + \sqrt{13 + \sqrt{13 + \cdots}}} = A$! de même $\sqrt{13 - B} = B$!

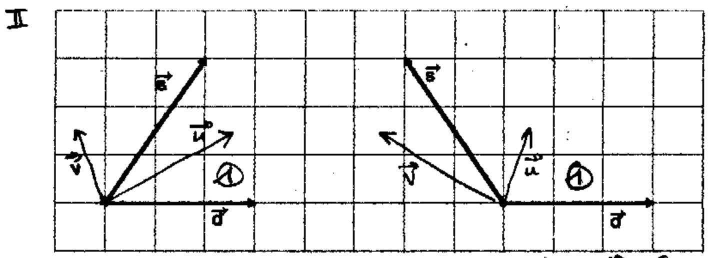
donc $\boxed{AB = \sqrt{13+A} \times \sqrt{13-B}}$ ④

2^{BF} Campo de Maths du 22 X 98 Corrigé rapide Document1

I



II



$\vec{s}+\vec{d} = \vec{u}+\vec{v}+\vec{u}-\vec{v} = 2\vec{u}$ donc $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{s}+\frac{1}{2}\vec{d}$ 1

$\vec{s}-\vec{d} = \vec{u}+\vec{v}-\vec{u}+\vec{v} = 2\vec{v}$ donc $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{s}-\frac{1}{2}\vec{d}$ 1

III 1) Pour tout M, on a : $\vec{MA}+\vec{MB} = \vec{MI}+\vec{IA}+\vec{MI}+\vec{IB} = 2\vec{MI}+(\vec{IA}+\vec{IB})$ or par (H) $\vec{IA}+\vec{IB}=\vec{0}$ donc $\boxed{\vec{MA}+\vec{MB}=2\vec{MI}}$ (1,5)

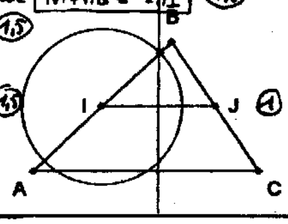
et $\vec{MC}+\vec{MB} = \vec{MJ}+\vec{JC}+\vec{MJ}+\vec{JB} = 2\vec{MJ}+(\vec{JC}+\vec{JB})$ or par (H) $\vec{JC}+\vec{JB}=\vec{0}$ donc $\boxed{\vec{MC}+\vec{MB}=2\vec{MJ}}$ (1,5)

2) $\vec{AB}-\vec{AC} = \vec{CA}+\vec{AB} = \vec{CB}$ de plus d'après 1) $\vec{MA}+\vec{MB} = 2\vec{MI}$ donc

$\|\vec{MA}+\vec{MB}\| = \|\vec{AB}-\vec{AC}\| \Leftrightarrow \|2\vec{MI}\| = \|\vec{CB}\| \Leftrightarrow 2MI = CB \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2}CB \Leftrightarrow$ $\boxed{\text{l'ensemble des points M est } \mathcal{C}(I, \tfrac{1}{2}CB)}$ (1,5)

3) d'après 1) $\vec{MA}+\vec{MB} = 2\vec{MI}$ et $\vec{MC}+\vec{MB} = 2\vec{MJ}$ donc

$\|\vec{MA}+\vec{MB}\| = \|\vec{MC}+\vec{MB}\| \Leftrightarrow \|2\vec{MI}\| = \|2\vec{MJ}\| \Leftrightarrow MI = MJ \Leftrightarrow$ $\boxed{\text{l'ensemble des points M est la médiatrice de [IJ]}}$ (1,5)



IV (a) $\frac{x-3}{x+3} \leq \frac{x-1}{x-3}$

valeurs interdites : $\begin{cases} x+3\neq 0 \\ x-3\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x\neq -3 \\ x\neq 3\end{cases}}$ 1

$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x+3} - \frac{x-1}{x-3} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(x-3)^2-(x-1)(x+3)}{(x+3)(x-3)} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-4(2x-3)}{(x+3)(x-3)} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(2x-3)}{(x+3)(x-3)} \geq 0$ 2

x	$-\infty$		-3		$\frac{3}{2}$		3		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$Q(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

2

$x \in]-3 ; \frac{3}{2}] \cup]3 ; +\infty[$

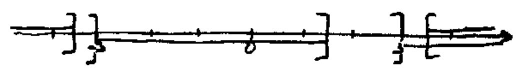
(b) $4x^2-49 \geq 0$

$\Leftrightarrow (2x-7)(2x+7) \geq 0$ 1

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$2x-7$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+7$		$-$	0	$+$		$+$	
$Q(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

1

$x \in]-\infty ; -\frac{7}{2}] \cup [\frac{7}{2} ; +\infty[$



$\boxed{S = [\frac{3}{2} ; +\infty[}$ 2

V 1) $A(x) = x^2+2x-8$
$= (x+1)^2-1-8$
$= (x+1)^2-3^2$
$\boxed{A(x) = (x-2)(x+4)}$ 1

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$A(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

1

2) $B(x)$ est défini $\Leftrightarrow A(x)\neq 0 \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x\neq -4 \\ x\neq 2\end{cases}}$ 2 (d'après le tableau de signe)

$C(x)$ est défini $\Leftrightarrow A(x)\geq 0 \Leftrightarrow \boxed{x \in]-\infty ; -4] \cup [2 ; +\infty[}$ 2

VI 1) Pour tous réels a et b on a : $\frac{3}{4}(a+b)^2+\frac{1}{4}(a-b)^2 = \frac{3}{4}(a^2+2ab+b^2)+\frac{1}{4}(a^2-2ab+b^2) = \frac{4}{4}a^2+\frac{4}{4}ab+\frac{4}{4}b^2 = \boxed{a^2+ab+b^2}$ 2

2) Pour tous réels strictement positifs a et b, on a : $A-B = \frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b} = \frac{ab-b(a+b)-a(a+b)}{ab(a+b)} = \frac{-(a^2+ab+b^2)}{ab(a+b)} = -\frac{\frac{3}{4}(a+b)^2+\frac{1}{4}(a-b)^2}{ab(a+b)}$ 2

or une somme de carrés étant toujours positive ou nulle : $\frac{3}{4}(a+b)^2+\frac{1}{4}(a-b)^2 \geq 0$
de plus a et b étant strictement positifs : $ab>0$ et $a+b>0$

Bilan $A-B<0$ donc $\boxed{A<B}$ 3

VII Choix des inconnues : Soit V le volume de la baignoire en litres ($V\in\mathbb{R}^+$)
Soit D_2 le débit du robinet en litres par minutes ($D_2\in\mathbb{R}^+$)
Soit D_b ———— bouchon ———— ($D_b\in\mathbb{R}^+$)
Soit t le temps nécessaire pour vider la baignoire robinet ouvert

Mise en équation : Il faut 20' pour remplir la baignoire $D_2\times 20 = V$
Il faut 10' pour la vider $D_b\times 10 = V$
Il faut t' pour la vider robinet ouvert $(D_b-D_2)\times t = V$

Résolution du système : $\begin{cases} D_2 = \frac{V}{20} \\ D_b = \frac{V}{10} \\ t = \frac{V}{D_b-D_2}\end{cases}$ donc $t = \frac{V}{\frac{V}{10}-\frac{V}{20}} = \frac{V}{\frac{20V-10V}{200}} = \frac{V}{\frac{10V}{200}} = \cancel{V}\times\frac{20\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{V}} = 20$

Retour au problème $20\in\mathbb{R}^+$, $\boxed{\text{Il me faut 20 minutes pour vider ma baignoire robinet ouvert !}}$ 4

DS maths du 23 X 97 Corrigé rapide

I 1) $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{i} - 2(\vec{i} - \vec{j}) = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{i} - 2\vec{i} + 2\vec{j} = \boxed{\vec{0}}$ (1)

$\vec{v} = 2(\vec{i} - 3\vec{j}) + 3\vec{i} - 5(\vec{i} - \vec{j}) = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{i} - 5\vec{i} + 5\vec{j} = \boxed{-\vec{j}}$ (1)

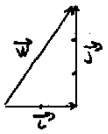
$\vec{w} = -\vec{i} + 5\vec{j} + 2(\vec{i} - 2\vec{j}) = -\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{i} - 4\vec{j} = \boxed{\vec{i} + \vec{j}}$ (1)

2) $\|\vec{u}\| = \|\vec{0}\| = \boxed{0}$ (1)

$\|\vec{v}\| = \|-\vec{j}\| = \|\vec{j}\| = \boxed{3}$ (1)

$\|\vec{w}\| = \|\vec{i} + \vec{j}\| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \boxed{\sqrt{13}}$ (2)

($\vec{i}$ et $\vec{j}$ étant de direction perpendiculaires, on peut utiliser Pythagore)



I 1) $A(x) = (x+3)(2x^2 - 8) - (x^2 + 4x + 4)(x-2) = \boxed{(x-2)(x+2)(x+4)}$ (2)

$B(x) = (2x^2 + 3x - 2)^2 - (3x^2 + 7x + 2)^2 = \boxed{-5x(x+2)^3}$ (2)

2) (a) $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$ VI $\boxed{x \neq 0 \text{ et } x \neq -2}$ (1) si $B \neq 0$ alors $\dfrac{A}{B} = 0$ eq $A = 0$ (1) $(x-2)(x+2)(x+4) = 0$ $AB = 0$ eq $A = 0$ ou $B = 0$ $\boxed{S = \{-4 ; 2\}}$ (1)

(b) $\dfrac{1-3x}{A(x)} \geqslant 0$ VI $\boxed{x \neq 2 ; x \neq -2 \text{ et } x \neq -4}$ (1)

x	$-\infty$		-4		-2		$1/3$		2		$+\infty$
$1-3x$		+		+		+	0	−		−	
$x-2$		−		−		−		−	0	+	
$x+2$		−		−	0	+		+		+	
$x+4$		−	0	+		+		+		+	
$\dfrac{1-3x}{A(x)}$		−	‖	+	‖	−	0	+	‖	−	

(1)

(1) $\boxed{S =]-4 ; -2[\cup [\tfrac{1}{3} ; 2[}$

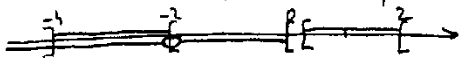
(c) $\dfrac{2x+4}{B(x)} > 0$ (1) VI $\boxed{x \neq 0 \text{ et } x \neq -2}$ (1)

(1) eq $\dfrac{2(x+2)}{-5x(x+2)^3} > 0$ eq $\dfrac{2}{-5x(x+2)^2} > 0$

(1) eq $\dfrac{2}{-5x} > 0$ (car $(x+2)^2$ toujours positif puisque $x \neq -2$)

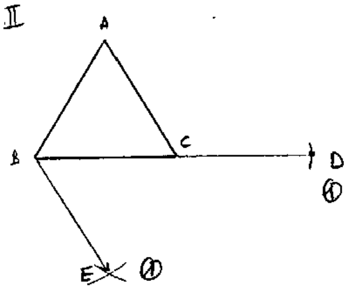
eq $x < 0$ $\boxed{S = \mathbb{R}^{*-} - \{-2\}}$ (1)

3) On reconnait dans ce système les inéquations du (b) et du (c). On cherche donc l'intersection de leur solutions :



Bilan : $\boxed{S =]-4 ; -2[}$ (2)

II



1) par (H) $2\vec{DA} = \vec{DB} + 2\vec{CA}$

$\cancel{2\vec{DB}} + 2\vec{BA} = \cancel{\vec{DB}} + 2\vec{CA}$

$\vec{DB} = 2\vec{CA} - 2\vec{BA}$

$= 2\vec{CA} + 2\vec{AB}$

$= 2\vec{CB}$

$\boxed{\vec{BD} = 2\vec{BC}}$

(2)

par (H) $4\vec{EA} - 2\vec{CE} = -3(2\vec{AB} + \vec{AC}) + \vec{EB}$

$4\vec{EA} + 2\vec{EC} = 6\vec{BA} + 3\vec{CA} + \vec{EB}$

$4\vec{EB} + 4\vec{BA} + 2\vec{EB} + 2\vec{BC} = 6\vec{BA} + 3\vec{CA} + \vec{EB}$

$5\vec{EB} = 2\vec{CB} + 2\vec{BA} + 3\vec{CA}$

$= 2\vec{CA} + 3\vec{CA}$

$= 5\vec{CA}$

$\boxed{\vec{BE} = \vec{AC}}$

(2)

2) $\vec{ED} = \vec{EB} + \vec{BD}$

or d'après 2) $\vec{EB} = \vec{CA}$

et d'après 1) $\vec{BD} = 2\vec{BC}$

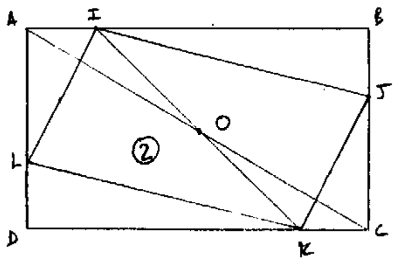
donc $\vec{ED} = \vec{CA} + 2\vec{BC}$

$= \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{BC}$

$\boxed{\vec{ED} = \vec{BA} + \vec{AC}}$

(2)

I 1)



2) $\vec{IB} = \vec{IA} + \vec{AB}$ or par (H) $\vec{IA} = -\frac{1}{5}\vec{AB}$ donc $\vec{IB} = -\frac{1}{5}\vec{AB} + \vec{AB} = \boxed{\frac{4}{5}\vec{AB}}$ (1)

$\vec{IJ} = \vec{IB} + \vec{BJ}$ or par (H) $\vec{BJ} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ et cf ci-dessus $\vec{IB} = \frac{4}{5}\vec{AB}$ donc $\boxed{\vec{IJ} = \frac{4}{5}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC}}$ (1)

3) Exprimons aussi $\vec{LK}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$:

$\vec{LK} = \vec{LD} + \vec{DC} + \vec{CK}$ or par (H) $\vec{LD} = \frac{1}{3}\vec{AD}$ et $\vec{CK} = \frac{1}{5}\vec{CD}$

donc $\vec{LK} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \vec{DC} + \frac{1}{5}\vec{CD} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{4}{5}\vec{DC}$

de plus par (H) ABCD est un parallélogramme donc $\vec{DC} = \vec{AB}$ et $\vec{AD} = \vec{BC}$

donc $\vec{LK} = \frac{1}{3}\vec{BC} + \frac{4}{5}\vec{AB} = \vec{IJ}$ (d'après le 2)

Bilan $\vec{LK} = \vec{IJ}$ et $\boxed{\text{IJKL est un parallélogramme}}$ (3)

4) Calculons $\vec{OI} + \vec{OK}$: $\vec{OI} + \vec{OK} = \vec{OA} + \vec{AI} + \vec{OC} + \vec{CK}$

or par (H) O est le centre de ABCD donc $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$ et $\vec{OI} + \vec{OK} = \vec{AI} + \vec{CK}$

de plus par (H) $\vec{AI} = \frac{1}{5}\vec{AB}$ et $\vec{CK} = \frac{1}{5}\vec{CD}$ donc $\vec{OI} + \vec{OK} = \frac{1}{5}(\vec{AB} + \vec{CD})$

et comme ABCD est un parallélogramme, $\vec{AB} = -\vec{CD}$ donc $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$

Bilan : $\vec{OI} + \vec{OK} = \vec{0}$ et $\boxed{\text{O est le milieu [IK]}}$ (3)