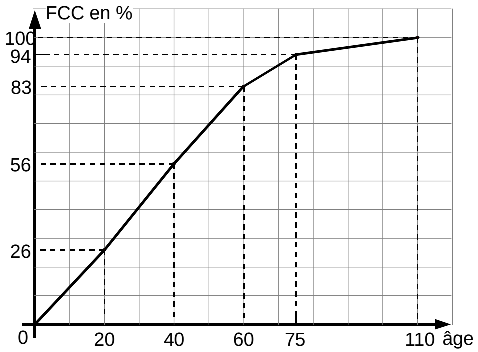
I) En 2007, la répartition de la population d'Île de France suivant l'âge est indiquée par la courbe des FCC ci-dessous.



Le tableau ci-dessous indique la répartition de cette population par sexe (H ou F).

Classe d'âge (en années)	[0 ; 20[	[20 ; 40[	[40 ; 60[	[60 ; 75[	[75 ; 110[
H (en %)	51	49	48,4	46,8	35
F (en %)	49	51	51,6	53,2	65

Les affirmations ci-dessous sont-elles exactes ? (Une bonne réponse apporte 0,5 point et une absence de réponse 0 point ; une mauvaise réponse enlève 0,25 point)

Affirmation	V / F
a) Les personnes du 3ème âge (classe [60 ;75[) représentent 11% de la population.	
b) L'âge médian est voisin de 55 ans.	
c) Le troisième quartile est 94 ans.	
d) Les jeunes filles (classe [0 ; 20[) représentent moins de 13% de la population.	
e) L'âge moyen de la population est voisin de 38 ans.	
f) Il y a plus d'hommes que de femmes entre 0 et 40 ans.	

II) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2+4x$. Soit Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

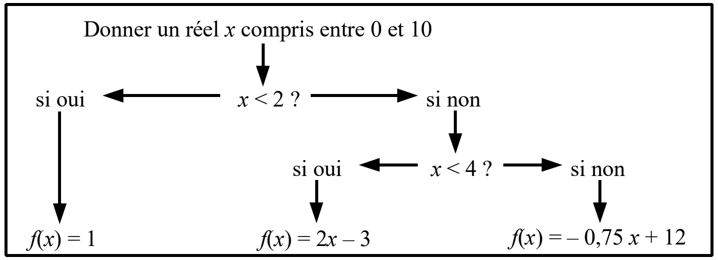
1) Calculer l'image par f de $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.
2) Vérifier que pour tout réel x, $f(x)=4-(x-2)^2$.
3) Montrer que f admet un maximum sur $\mathbb{R}$ atteint en 2.
4) Étudier les variations de f sur $]-\infty ; 2]$ puis sur $[2 ; +\infty[$. Dresser le tableau de variation de f.
5) a) Dresser un tableau de valeurs sur $[-3;7]$ avec un pas de 1.
   b) Représenter Cf sur papier millimétré.
6) Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection de Cf avec l'axe des abscisses.
7) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-\frac{3}{2}x$ et h la fonction affine vérifiant $h(0) = -6$ et $h(2) = 0$.
   a) Déterminer l'expression de $h(x)$ pour tout x réel.
   b) Tracer d et d' les représentations graphiques respectives des fonctions g et h dans le repère précédent.
   c) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.
   d) Résoudre algébriquement $f(x) \geq h(x)$.

III) On considère un carré ABCD. Le point E est un point intérieur au carré tel que le triangle ABE soit équilatéral. Le point F est un point extérieur au carré et tel que le triangle BFC soit équilatéral.

On rappelle que la hauteur d'un triangle équilatéral de côté a est égale à $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

On considère le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD})$.
1) Donner sans justifier les coordonnées des points A, B, C, D, E et F dans ce repère.
2) Déterminer une équation de la droite (DF).
3) Montrer que D, E et F sont alignés.

IV) Le gérant d'une salle de jeu propose un nouveau jeu. Après une journée d'utilisation, il effectue un rapide bilan et décrit ce qu'il a observé à l'aide du schéma suivant :



Dans son programme de calcul, x représente la somme misée par le joueur en euros, sachant que le joueur ne peut miser plus de 10 €. La valeur de $f(x)$ est le gain brut moyen obtenu (c'est-à-dire qui ne tient pas compte de la somme misée). Par exemple, si un joueur mise 8 € et reçoit 6 €, son gain brut est 6 € et son gain algébrique est –2 €

Partie A : Algorithmique
1) Traduire ce schéma en un algorithme écrit en langage naturel.
2) Compléter le tableau ci-dessous :

x	0	2	3,5	4	6	10
$f(x)$						

Partie B : Étude de fonction

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\begin{cases} 1 & \text{si } x\in[0;2[\\ 2x-3 & \text{si } x\in[2;4] \\ -\frac{3}{4}x+12 & \text{si } x\in]4;10] \end{cases}$

1) Préciser le domaine de définition de la fonction f.
2) Déterminer les variations de f.
3) Sur un papier millimétré, tracer en bleu la courbe Cf représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm.
4) Résoudre algébriquement l'équation (E) : $f(x) = 5$.
5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$ selon les valeurs du réel k.
6) a) Résoudre algébriquement l'inéquation (I_1) : $f(x) > x$.
   b) Que faut-il ajouter dans le programme en langage naturel pour qu'il affiche si le joueur gagne plus ou moins que sa mise initiale ?
7) On appelle g la fonction gain algébrique moyen (c'est-à-dire, le gain tenant compte de la mise initiale).
   a) Donner l'expression de g sur [0 ; 10].
   b) Sur le graphique précédent, tracer en rouge Cg la courbe représentative de g.
   c) Résoudre graphiquement l'inéquation (I_2) : $g(x) > 0$. Quel résultat précédent retrouve-t-on et pourquoi ?
   d) Graphiquement, répondre à la question suivante : « A combien doit s'élever la mise pour espérer obtenir un gain algébrique moyen maximal ? »

BARÈME PROBABLE : I) 3pts II) 6,5pts III) 3pts IV) 7,5pts

NOM :

I) Un restaurateur a relevé sa consommation journalière de gaz pendant 300 jours. On supposera ci-dessous que la répartition des masses est uniforme au sein de chaque classe.

Masse de gaz (en kg)	[0 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 8[	[8 ; 9[	[9 ; 10[	[10 ; 14[
Nombre de jours	57	23	45	75	68	32
Fréquence (%)						
FCC (%)						

1) Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère associé ?
2) Compléter le tableau sur l'énoncé. On arrondira les valeurs à 10^{-1} près.
3) Construire la courbe des fréquences cumulées croissantes (FCC) sur papier millimétré.
4) Déterminer, par lecture graphique, la médiane, les premier et troisième quartiles. Justifier et donner une interprétation concrète.
5) Calculer la médiane par interpolation linéaire.
6) Calculer la consommation journalière moyenne de gaz. Donner une valeur arrondie à 10^{-1} Kg près.

II) Pouvez-vous proposer une série statistique d'effectif 10 telle qu'en ajoutant seulement une valeur à cette série, on puisse doubler sa moyenne sans modifier sa médiane ?

III) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$(\mathrm{E}) : \frac{x^2-4x-21}{x^2-9} \geqslant 0$$

IV) Soit $(O;\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan d'unité 4 cm et B le point de coordonnées (0;2) dans ce repère.

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Quelles sont les coordonnées de F le centre du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [OB] ?
3) Le point $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2}\right)$ appartient-il à $\mathscr{C}$?
4) La droite (FM) coupe l'axe des abscisses au point D.
   Montrer que les coordonnées de D sont $(-\sqrt{3};0)$.
5) Déterminer une équation de la droite (OM).
6) Démontrer que le triangle BMO est rectangle.
7) Soit (d) la droite passant par D et perpendiculaire à (MB). Elle coupe (MB) en P.
   a) Que peut-on dire des droites (MO) et (DP) ? Justifier.
   b) En déduire une équation de (DP).
   c) Déterminer les coordonnées du point P.

BAREME PROBABLE : I) 8pts II) 1pt III) 2pts IV) 9pts

NOM :

I) Un restaurateur a relevé pendant 300 jours la consommation journalière de gaz de son établissement. Les résultats sont représentés dans le tableau ci-dessous :

Masses de gaz (en kg)	Effectifs (nombre de jours)	Effectifs cumulés croissants (ECC)
[0 ;5[	50	
[5 ;7[	30	
[7 ;8 [	50	
[8 ;9[	70	
[9 ;10[	60	
[10 ;14[	40	

1) Compléter la colonne des effectifs cumulés croissants ci-dessus.
2) Dans quelle classe se situe la médiane et pourquoi ?
3) Construire l'histogramme des effectifs.
4) Construire le diagramme des effectifs cumulés croissants.
   En déduire une valeur approchée de la médiane, puis des quartiles Q_1 et Q_3.
5) Déterminer la médiane par interpolation linéaire.
6) Faire un diagramme en boîte.

II) *ABCD* est un parallélogramme. *I* est le milieu de [*AB*] et *E* est le point tel que $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

Il s'agit de démontrer que les points *A*, *E* et *C* sont alignés de deux façons différentes :

1ère méthode : utilisation du calcul vectoriel.

1) Exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
   En déduire l'alignement de *A*, *E* et *C*.

2ème méthode : utilisation du repère $\left(C\,;\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CB}\right)$.

2) Déterminer les coordonnées de *A*, *B*, *C*, *D*, *I* et *E* en justifiant.
3) Déterminer l'équation réduite de (*AC*). En déduire que $E \in (AC)$.

III) Le plan est muni d'un repère $\left(\mathrm{O};\ \vec{\mathrm{i}}\,,\vec{\mathrm{j}}\right)$.

m est un réel et D_m est la droite d'équation réduite : $y = 2\,x - 3\,m$.

1) Tracer les droites D_{-1} , D_0 et D_2 obtenues respectivement pour $m = -1$; $m = 0$ et $m = 2$.
2) Expliquer pourquoi, pour tout réel m, la droite D_m est parallèle à D_0.
3) Déterminer en fonction de m les coordonnées des points A_m et B_m, points d'intersection respectifs de D_m avec l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses.
4) Déterminer en fonction de m les coordonnées de K_m milieu du segment $[A_m\,B_m]$.
5) Placer sur la figure les points K_{-1} , K_0 et K_2.
   Démontrer que, pour tout réel m, le vecteur $\overrightarrow{OK_m}$ est colinéaire à un vecteur $\vec{u}$ dont les coordonnées ne dépendent pas de m.
   En déduire l'ensemble des points K_m lorsque m décrit l'ensemble $\mathbb{R}$ (c'est à dire lorsque m prend successivement toutes les valeurs de $\mathbb{R}$).

BAREME PROBABLE : I) 8pts II) 6pts III) 6pts