

NOM :

I) Compléter la colonne de droite

(P)	(Q)	(P) $\Rightarrow$ (Q) ou (Q) $\Rightarrow$ (P) ou (P) $\Leftrightarrow$ (Q)
$(x-4)^2(x+2)=0$	$x=4$	
$y \in \mathbb{R}^+ \cap \mathbb{Z}$	$y \in \mathbb{N}$	
$x \in ]-\infty; -1]$	$x \in ]-\infty; -\sqrt{2}]$	
$(AB) \parallel (CD)$	$\vec{AB} = \vec{CD}$	
$C \in [KL]$	$\vec{KC} + \vec{CL} = \vec{KL}$	
$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AI}$	I milieu de [BC]	
$x \geq 3$ ou $x < 5$	$x \in [3; 5]$	
$BC=CD$	$\vec{BC} = \vec{CD}$	

II) 1) Compléter le tableau suivant en traduisant chaque situation géométrique par une égalité vectorielle :

Situation géométrique	Égalité vectorielle
PQRS est un parallélogramme	
D' est l'image de D par la translation de vecteur $\vec{ZU}$	
T est le symétrique de C par rapport à N	

2) Compléter le tableau suivant en traduisant chaque égalité vectorielle par une situation géométrique :

Situation géométrique	Égalité vectorielle
	$\vec{EK} + \vec{ES} = \vec{0}$
	$\vec{GH} + \vec{GI} = \vec{GO}$
	$\vec{DM} = k \vec{EC}, k \in \mathbb{R}^*, E \neq C$

III) On donne l'algorithme suivant :

Saisir p c prend la valeur de p - 1 p prend la valeur de p + 1 p prend la valeur de p $\times$ p - c $\times$ c Afficher p
--

- 1) Tester cet algorithme en choisissant comme valeur initiale : p = 2.
- 2) Écrire le résultat de cet algorithme sous la forme d'une expression la plus simple possible.

IV) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$(E_1): 49x^2 - 9 = -2(6 - 14x)(x + 1) \quad (E_2): \frac{3}{x-1} - \frac{7-x^2}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2} \quad (E_3): (2x^2 + 3x - 4)^2 = (2x^2 + x + 5)^2$$

V) 1) Soient a et b deux réels quelconques. Montrer que :  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ .2) En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation (E) :  $x^3 + 8 = -4x^2 + 16$ 

VI) Soient A, B, C et D quatre points quelconques du plan.

On définit les points M et N par :  $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC} - \vec{BC}$  et  $\vec{AN} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AD}$ 1) Montrer que  $\vec{MN} = \vec{CD} + \vec{BA}$ .

2) A quelle condition sur le quadrilatère ABDC les points M et N sont-ils confondus ?

VII) Résoudre les problèmes suivants :

- 1) Déterminer le(s) réel(s) x tel(s) que le produit de la somme du double de x et de 3 par la différence de la moitié de x et de 5 soit égal au carré de x.
- 2) Existe-t-il un nombre x tel que le quotient de la différence de x et de 5 par 2 soit égal à l'inverse de la somme de x et de 5 ? Si oui, donner la (ou les) valeur(s) de ce nombre.
- 3) Trouver les nombres réels dont le double est égal au cube.

I) Soient  $A, B, C$  et  $D$  quatre points du plan distincts deux à deux.

Compléter ci-dessous la colonne « réponse » avec l'un des choix suivants :  $P \Rightarrow Q$  ;  $Q \Rightarrow P$  ;  $P \Leftrightarrow Q$

P	Q	Réponse
$\vec{AB} = -2\vec{AC}$	$A, B$ et $C$ sont alignés	
$AB = 2AC$	$\vec{AB} = 2\vec{AC}$	
$C$ est l'image de $D$ par la translation de vecteur $\vec{AB}$	$ABCD$ est un parallélogramme	
Il existe un réel $k$ non nul tel que $\vec{AB} = k\vec{CD}$	$(AB) \parallel (CD)$	
$I$ est le milieu de $[AB]$	$\vec{AI} = \vec{IB}$	
$ABCD$ est un carré	$ABCD$ est un losange	
$AI = IB$	$I$ est le milieu de $[AB]$	
$x > 0$	$x \geq 0$	

II) Soit  $ABCD$  un parallélogramme et soit  $I$  le milieu de  $[CD]$ .

- 1) Construire les points  $M$  et  $N$  tels que :  $\vec{AM} = \frac{3}{2}\vec{AB}$  et  $\vec{AN} = 3\vec{AD}$ .
- 2) Exprimer  $\vec{MN}$  et  $\vec{BI}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AD}$ .
- 3) Que peut-on dire des droites  $(MN)$  et  $(BI)$  ?
- 4) Exprimer  $\vec{CM}$  et  $\vec{CN}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AD}$ .
- 5) Que peut-on en déduire pour les points  $C, M$  et  $N$  ?

III) Soit  $ABC$  un triangle et  $I$  le milieu de  $[AC]$

- 1) Construire les points  $R$  et  $S$  tels que :  $\vec{BR} = -\frac{1}{4}\vec{CB}$  et  $\vec{AS} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ .
- 2) Montrer que  $R$  est le milieu de  $[SI]$ .

IV) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 6x - 3$

- 1) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = (x-3)^2 - 12$
- 2) En déduire, pour tout réel  $x$ , une forme factorisée de  $f(x)$ .
- 3) Utiliser la forme adéquate de l'expression  $f(x)$  pour résoudre algébriquement dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :  $(E_1) \square f(x) = -12$        $(E_2) \square f(x) = 0$        $(E_3) : f(x) = -15$

V) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$(E_4) : (1+x)^2 = 1-x^2$$

$$(E_5) : \frac{3}{x+2} = \frac{2}{x+3}$$

$$(E_6) : \frac{x^2-2}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 0$$

$$(E_7) : \frac{x^2+4x+4}{x-2} = x+6 + \frac{16}{x-2}$$

$$(E_8) : (1-2x)^2 + 4x^2 - 1 = 6x - 3$$