

I) Soit  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan. On considère les points  $A(-2;3)$ ,  $B(2;1)$  et  $C(-5;-1)$ .

$D$  est le point défini par la relation vectorielle :  $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$ .

On note  $I$  et  $J$  les milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[CD]$ .

- 1) Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
- 2) Quelle est la nature du quadrilatère  $ABDC$  ? Justifier.
- 3) Calculer les coordonnées des points  $D$ ,  $I$  et  $J$ .
- 4) Déterminer les coordonnées du point  $E$ , intersection des droites  $(AC)$  et  $(BD)$ . Justifier !
- 5) Démontrer que le point  $E$  appartient à la droite  $(IJ)$ .

II) Une machine à café propose de nombreuses boissons. Chaque semaine, 38% des boissons distribuées sont des cafés. On considérera que la fréquence théorique qui correspond au choix « café » est de 0,38.

Le vendeur change de marque de café et il constate une baisse de la demande : 31% seulement de café vendu pendant la semaine qui suit le changement sur un total de 400 boissons vendues.

Le vendeur doit-il remettre en cause sa nouvelle marque de café ?

III) Une machine pour s'entraîner au tennis doit, lorsqu'elle est bien réglée, envoyer 15 balles par minute.

On a compté sur une heure, par tranches d'une minute, le nombre de balles envoyées et on a obtenu le tableau suivant :

Nombre de balles par minute	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Nombre de tranches d'une minute	2	5	8	5	12	6	10	8	3	1

- 1) Calculer les effectifs cumulés croissants de cette série statistique.
- 2) Calculer la moyenne, la médiane, le premier et le troisième quartile de cette série statistique.

IV)  $ABCD$  est un carré.  $E$  et  $F$  sont les milieux respectifs des côtés  $[AB]$  et  $[AD]$ .  $I$  est le point d'intersection des droites  $(BF)$  et  $(EC)$ . Le but de l'exercice est de déterminer le réel  $k$  tel que  $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BF}$ .

On se propose de travailler dans le repère  $(D; \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$ .

- 1) Déterminer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$ . Justifier.
- 2) Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{BF}$ .
- 3) Exprimer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{BI}$  en fonction de  $k$ .
- 4) Exprimer les coordonnées du point  $I$  en fonction de  $k$ .
- 5) Utiliser l'alignement des points  $E$ ,  $I$  et  $C$  pour calculer  $k$ .

IV) On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$

et la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R} - \{-1\}$  par  $h(x) = \frac{3x-3}{x+1}$ .

- 1) Montrer que, pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2(x-1)^2$ .
- 2) Montrer que, pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R} - \{-1\}$ ,  $h(x) = 3 - \frac{6}{x+1}$ .
- 3) Étudier les variations de  $g$ .
- 4) Étudier les variations de  $h$ .

5) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \begin{cases} g(x) \text{ sur } ]-\infty; 1] \\ h(x) \text{ sur } [1; +\infty[ \end{cases}$ .

Dresser sans justifier son tableau de variations

6) En vous appuyant sur les variations de  $f$ , justifier que  $f$  admet un minimum sur  $\mathbb{R}$  que l'on précisera.

7) Soit  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan qui a pour unité 1cm.

Tracer dans ce repère les droites d'équation  $y=3$  et  $x=-1$  puis les courbes  $C_g$ ,  $C_h$  et  $C_f$ .

8) Résoudre sur  $\mathbb{R}$ , graphiquement puis par le calcul, l'inéquation :  $f(x) \leq 2$ .