I) 1) Montrer que pour tout réel *x*, on a : $-4x^2+2x+12=(2x+3)(4-2x)$.

2) Soit *f* la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{1}{-4x^2+2x+12}$

a) Déterminer l'ensemble de définition *Df* de la fonction *f*.

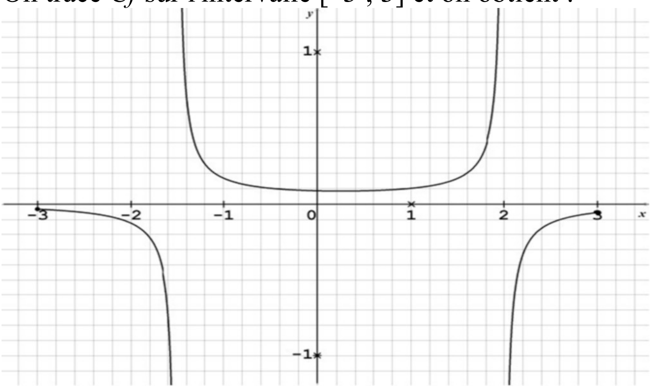
b) Calculer, si elles existent, les images par *f* de : $-1 ; -\dfrac{3}{2}$ et $\sqrt{2}$.

c) Déterminer les éventuels antécédents par *f* de : $\dfrac{4}{49}$.

3) Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$. *Cf* est la courbe représentative de *f* dans ce repère.

Les points $A\left(1;\dfrac{1}{10}\right)$ et $B\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{25}\right)$ appartiennent-ils à *Cf* ? Justifier.

4) On trace *Cf* sur l'intervalle [–3 ; 3] et on obtient :



a) Déterminer graphiquement les éventuels antécédents de $-\dfrac{2}{5}$ par *f*.

b) Résoudre graphiquement (en traçant une droite sur le graphique ci-contre) l'équation : (E_1) : $f(x) = 1$.

c) **Question bonus :** Retrouver, par le calcul, les solutions de (E_1).

II) **Partie A :** Voici un programme en langage naturel :

Variables X est un réel de $[2-\sqrt{17};2+\sqrt{17}]$
U, V et W sont des réels
Entrée des données
Saisir X.
Traitement des données
U prend la valeur de $\sqrt{(17-(X-2)^2)}$
V prend la valeur de 5 – U
W prend la valeur de 5 + U
Sortie Afficher V et W

A l'aide d'un tableau, préciser les valeurs que prennent les différentes variables ainsi que ce qu'affiche en sortie cet algorithme pour chacune des valeurs de X suivantes :
X = 3
X = –2
X = 1

Partie B : Dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm, on considère les points A(–2 ; 6) et B(6 ; 4).

1) Faire une figure sur du papier millimétré que l'on complétera au fur et à mesure.
2) On trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de diamètre [AB].
Déterminer les coordonnées du centre de ce cercle ainsi que son rayon.
3) On considère les points C(1 ; y_C) et D(1 ; y_D) où y_C et y_D sont les deux valeurs affichées à la sortie du programme de la partie A lorsqu'on saisit X = 1. ($y_C < y_D$)
   a) Justifier rapidement que $y_C = 1$ et $y_D = 9$.
   b) En déduire les longueurs de [IC] et [ID].
   c) Que peut-on dire des points C et D ? Justifier.
   d) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.
4) Dans cet exercice, à quoi semblent correspondre les valeurs renvoyées par le programme de la partie A ?

III) Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A(–3 + *x* ; 1) et B(3 ; 2*x* – 1) où *x* est un réel.

1) Soit I le milieu du segment [AB]. Déterminer les coordonnées de I en fonction de *x*.
2) Déterminer en fonction de *x*, les coordonnées de D telles que OADB soit un parallélogramme.
3) Déterminer la (ou les) valeur(s) de *x* telle(s) que le triangle OAB soit isocèle en O.

I) Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne A(4 ; 3), B(0 ; 2), C(5 ; –1) et D(5/2 ; 1/2).

1) Faire une figure sur votre copie.

On justifiera par des calculs les réponses aux questions ci-dessous :

2) Que représente D pour [BC] ?

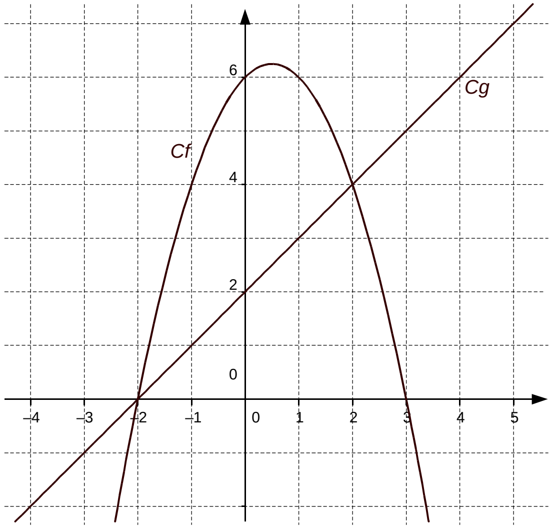
3) Le point A appartient-il à la médiatrice Δ du segment [BC] ?

4) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de Δ avec l'axe des ordonnées.

II)Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Soit la fonction *f* définie sur ℝ par $f(x)=-x^2+x+6$ et *Cf* sa représentation graphique.

Soit la fonction *g* définie sur ℝ par $g(x)=x+2$ et *Cg* sa représentation graphique.



1) **A l'aide du graphique ci-dessus :**

a) Quels sont les antécédents éventuels de 4 et de 7 par la fonction *f* ?

b) Quelle est l'image par *f* de 1 ?

c) Résoudre $f(x) = 4$. Justifier.

d) Résoudre $f(x) > g(x)$. Justifier.

e) Résoudre $0 \leq f(x) < 6$. Justifier.

2) **Par le calcul :**

a) Quels sont les antécédents éventuels de 0 par la fonction *f* ?

b) Quelle est l'image de $2+\sqrt{5}$ par la fonction *f* ?

c) Résoudre dans ℝ l'équation $f(x) = g(x)$.

d) Déterminer l'ordonnée du point M de *Cf* qui a pour abscisse –7/3.

III)La distance d'arrêt $D(v)$ d'une moto de vitesse v est égale à la somme de deux distances :

- La distance de freinage de la moto, égale approximativement au carré du dixième de la vitesse v exprimée en $km.h^{-1}$ (en mètres, sur une route sèche).
- Et la distance correspondant au temps de réaction du conducteur, égale approximativement à trois fois le dixième de la vitesse v exprimée en $km.h^{-1}$ (en mètres, dans le cas d'une concentration normale du conducteur et d'un taux d'alcoolémie nul).

1) Justifier que ces approximations conduisent à : $D(v) = 0{,}01v^2 + 0{,}3v$ avec v en $km.h^{-1}$ et $D(v)$ en m.

2) A l'aide de la calculatrice, faire un tableau de valeurs de la fonction D sur l'intervalle [0;130] avec un pas égal à 10.

3) On munit le plan d'un repère orthogonal d'unités 1 cm pour 10 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 20 unités sur l'axe des ordonnées. Tracer C_D la représentation graphique de la fonction D sur papier millimétré.

4) Déterminer graphiquement pour quelle vitesse de la moto, la distance d'arrêt est de 100 m.

IV) Soit *f* la fonction qui à *n* associe *y*. On donne l'algorithme ci-dessous :

Variable : *n* entier naturel
Initialisation :
Entrer *n*
Traitement des données :
Si *n* est pair
  Alors affecter à *y* la valeur *n*/2
  Sinon affecter à *y* la valeur 2*n*+7
Fin Si
Sortie :
  Afficher y

1) Donner l'ensemble de définition de *f*.

2) Donner l'expression algébrique de *f* en distinguant deux cas.

3) Calculer *f*(1), *f*(2), *f*(5) et *f*(10).

4) Déterminer l'expression de *f*(5*n*) – 5*f*(*n*) pour tout entier naturel *n*.

V) Pour chaque fonction, entourer son ensemble de définition :

$f(x)=\dfrac{-2x+1}{3x+2}$	$D_f=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$	$D_f=\left]-\dfrac{2}{3};+\infty\right[$	$D_f=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$
$g(x)=\dfrac{5x^2}{x^2+4}$	$D_g=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$	$D_g=\mathbb{R}$	$D_g=\mathbb{R}^*$
$h(x)=\dfrac{2x}{x\sqrt{x+3}}$	$D_h=\mathbb{R}\setminus\{-3;0\}$	$D_h=]-3;+\infty[$	$D_h=]-3;0[\cup]0;+\infty[$
$k(x)=\sqrt{3x+4}$	$D_k=\left[-\dfrac{4}{3};+\infty\right[$	$D_k=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{4}{3}\right\}$	$D_k=\left]-\infty;\dfrac{4}{3}\right]$
$l(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-x}}$	$D_l=\mathbb{R}^{*-}$	$D_l=\mathbb{R}^{*+}$	$D_l=\mathbb{R}^*$

BARÈME PROBABLE : I) 3,5pts II) 6,5pts III) 4pts IV) 3,5pts V) 2,5pts

I) Simplifier les nombres suivants,
et préciser pour chacun le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.

$A=\dfrac{3-\frac{2}{5}+\frac{4}{3}}{2+\frac{4}{5}-\frac{2}{3}}$

$C=\left(\dfrac{-4^{-2}\times 8^4\times 3^{12}}{16^2\times 90^7\times 30^{-2}}\right)^3$

$B=\sqrt{50}-3\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{18}{4}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$D=\dfrac{a+\frac{a}{3}-\frac{a}{2}}{2a+\frac{3a}{4}+\frac{a}{3}}$ avec $a\in\mathbb{R}^*$

II) Factoriser les expressions suivantes :

$E=x^2-22x+121$

$G=(3x-7)^2-(x+2)^2$

$F=(x^2-16)+(x+4)(5x+7)$

$H=2x^2-7x+3$

III) Soit $A(x)=(x^2-25)-2(5-x)(x+6)$.

1) Développer, réduire et ordonner A(x).
2) Factoriser A(x).
3) Choisir l'expression la mieux adaptée pour calculer : A($\sqrt{2}$) ; A(5) ;A(–6)

IV) Dans chacun des cas suivants, déterminer I ∪ J et I ∩ J à l'aide d'un schéma clair.

1) $I=]-\infty;-2[$ et $J=[-3;+\infty[$
2) $I=]-3;5]$ et $J=]4{,}99;6[$
3) $I=[\frac{\sqrt{2}}{2};3[$ et $J=[3;\frac{5\sqrt{2}}{2}[$
4) $I=]-\infty;-7[\cup[-5;2]\cup]3;10[$ et $J=[-8;-6]\cup[2;+\infty[$

V) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des deux fonctions suivantes :

$f: x\longmapsto \dfrac{-8}{x^2+9}$

$g: x\longmapsto \dfrac{7}{x}-\dfrac{\sqrt{1-2x}}{2}$

VI) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par : $x\longmapsto \dfrac{1+x^2}{1-x}$

1) Déterminer les images par f de –1 et $1+\sqrt{3}$.
2) Le nombre 2 est-il un antécédent de –5 par f ?
3) Le point A(0 ; 1) appartient-il à Cf ? Qu'en est-il du point B(–1 ; 0) ?
4) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous,
puis tracer Cf dans un repère (O ; I ; J) d'échelle 1 cm :

x	–7	–5	–3	–1	–0,5	0	0,5	0,7	1,3	1,5	2	2,5	3	5	7	9
$f(x)$																

BAREME PROBABLE : I) 4pts II) 4pts III) 3,5pts IV) 3pts V) 1,5pt VI) 4pts

I) Dans un repère orthonormal (O ; I ; J), on donne les points $A(-1;\,1)$, $B(3;\,1)$ et $C(-1;\,3)$.

1) Déterminer la nature du triangle ABC.
2) Calculer les coordonnées du milieu M de $[AC]$.
3) Calculer les coordonnées de D symétrique de B par rapport à M.
4) Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(E_1) : 9(x-7)^2=(1-2x)^2$

$(E_2) : \sqrt{2}\,x+\sqrt{3}=\sqrt{2}\,(x+7)+\sqrt{3}-7\sqrt{2}$

$(E_3) : \dfrac{2x-3}{x+1}=\dfrac{2x+3}{x-2}$

$(E_4) : -2x^2+12x=-14$

III) Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on donne les points $A(-3+x\,;\,1)$ et $B(3\,;\,2x-1)$ avec $x \in \mathbb{R}$.

1) Sur une même figure, et en utilisant 3 couleurs différentes, placer les points A et B pour $x = 0$, $x = 2$ et enfin $x = -2$.
2) Calculer les longueurs OA, OB et AB en fonction de x.
3) Pour quelles valeurs de x le triangle AOB est-il isocèle en O ?
4) Pour quelles valeurs de x les droites (OA) et (OB) sont-elles perpendiculaires ?

IV) ABC est un triangle isocèle en A (qui peut être aplati) tel que $AB = AC = 8$ cm et $BC = x$ cm.
Soit I le pied de la hauteur issue de A. On note alors f la fonction qui à x associe l'aire du triangle ABC.

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
2) Dans le cas où $BC = 4$ cm, montrer que l'aire de ABC est alors de $4\sqrt{15}\,cm^2$.
3) On se place maintenant dans le cas général : montrer que pour tout x de D_f : $f(x)=\dfrac{x}{4}\sqrt{256-x^2}$
4) A l'aide d'une calculatrice, donner un arrondi au centième des images de 3,5 ; 5 et 10.
5) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthogonal (O ; I ; J) tel que $OI = 1$ cm et $OJ = 0{,}2$ cm.
6) Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant 20$.
7) D'après ce graphique, en quelle valeur x_0 la fonction semble-t-elle atteindre son maximum ?
   On arrondira au dixième.
8) On cherche à trouver la valeur exacte de x_0. Pour cela, on appelle H le pied de la hauteur du triangle ABC issue de B et on trace le cercle $\mathcal{C}$ de rayon $[AC]$ et de centre A.
   a) B appartient-il à c ?
   b) Montrer que Aire(ABC) = $4\times BH$
   c) L'aire de ABC est donc maximale quand la longueur BH est maximale. Quelle est alors la position de B sur le cercle ? En déduire la valeur exacte de x_0.

BAREME PROBABLE : I) 3 pts II) 4 pts III) 5 pts IV) 8 pts