FONCTIONS 1 6.1

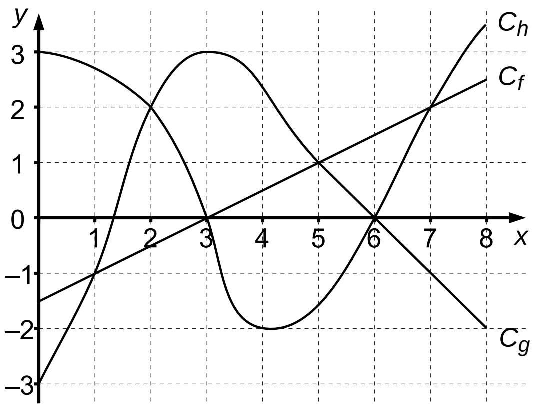
Ex 1 - Soit f la fonction définie par $x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f.
2) Représenter graphiquement f.
3) Calculer les images de -1 ; 7 et -4.
4) Déterminer graphiquement le ou les antécédents de 2.
5) Déterminer par le calcul le ou les antécédents de -1.

Ex 2 - On définit la fonction f sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto \sqrt{2}x-2$

1) Calculer l'image de $-\sqrt{2}$.
2) Déterminer le ou les antécédents de 0 et $\sqrt{2}$.
3) Tracer Cf.
4) Résoudre graphiquement, puis par le calcul l'équation $f(x) > x - 1$

Ex 3 - Soient f, g et h, 3 fonctions définies sur [0 ; 8]



Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

1) $f(x) \leqslant g(x)$
2) $g(x) \leqslant h(x)$
3) $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$
4) $f(x) \geqslant g(x) \geqslant h(x)$

Ex 4 - Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2}{x-\pi}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Déterminer les images de 0 et 2π.
3) Déterminer le ou les antécédents de 2 et 0.
4) Tracer la représentation graphique de f.
5) Résoudre graphiquement $f(x) = -3$
6) Résoudre par le calcul $f(x) = -3$
7) Résoudre graphiquement $f(x) < -x + 3$

Ex 5 - Soient f et g les fonctions définies sur $[-4 ; 4]$ par : $f(x) = (2 - x)(x^2 + x - 7)$ et $g(x) = 4 - x^2$

1) Représenter graphiquement f et g.
2) Résoudre graphiquement puis algébriquement $f(x) = g(x)$
3) Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant g(x)$

Ex 6 - Soit f la fonction définie par $x \longmapsto \dfrac{2x}{x^2+1}$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f.
2) Représenter graphiquement f.
3) Calculer les images de 0 et 1.
4) Calculer les antécédents de 0 et 1.
5) Résoudre graphiquement puis algébriquement : $f(x) = \dfrac{x}{5}$
6) Résoudre graphiquement $f(x) > \dfrac{x}{5}$
7) Déduire de la courbe Cf un encadrement de $f(x)$.

Ex 7 - Soit f la fonction définie par $x \longmapsto \dfrac{1-x^2}{1-x}$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto x^2$

1) Déterminer Df, l'ensemble de définition de f et simplifier l'expression $f(x)$.
2) Représenter graphiquement f et g.
3) Résoudre $f(x) = 2$
4) Résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$

Ex 8 - Soit f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $x \longmapsto \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2-3$

1) Déterminer les images de -1 ; $\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
2) Le nombre 2 est-il un antécédent de $-\dfrac{3}{4}$ par f ?
3) Le point $A(-1 ; -3)$ appartient-il à Cf ? Et le point $B\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};2\sqrt{2}\right)$?
4) Tracer Cf dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité 1 cm.
5) Résoudre graphiquement $f(x) > x$.

Ex 9 - Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=4 et AC=8 et M un point de [AB]. La parallèle à (AC) passant par M coupe (BC) en N et la parallèle à (AB) passant par N coupe (AC) en P. On pose AM=x et on appelle $f(x)$ l'aire du rectangle AMNP et $g(x)$ l'aire du triangle CPN rectangle en P.

1) Déterminer D l'ensemble de définition de f et g.
2) Montrer que $PA=2(4-x)$.
3) Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
4) Tracer Cf et Cg.
5) Déduire du graphique la position de M pour laquelle le rectangle AMNP est le plus grand possible.
6) Déduire de même les positions de M pour lesquelles AMNP est plus grand que CPN.