

Une entreprise fabrique des bibliothèques toutes identiques en bois massif.

On appelle x le nombre de bibliothèques fabriquées dans une journée et on sait que x est toujours compris entre 5 et 20 inclus.

Le coût de fabrication en milliers d'euros de x bibliothèques, peut alors s'écrire : $C(x) = x^2 - 10x + 50$.

Dans la suite, on utilisera la notation : 1 K€ = 1 000 €

Partie A : (Attention : Justifier les réponses 1 à 3 par un calcul, une équation ou une inéquation)

- 1) Si le coût de fabrication est de 50 K€, quel est le nombre de bibliothèques fabriquées ?
- 2) Combien coûte la fabrication de 18 bibliothèques ?
- 3) Le coût de fabrication journalier peut-il être strictement inférieur à 25 K€ ?
- 4) Chaque bibliothèque fabriquée est aussitôt vendue 5 K€. Exprimer la recette $R(x)$ en fonction de x , en milliers d'euros.
- 5) Tracer sur le graphique ci-contre la courbe représentative de la fonction R sur $[5 ; 20]$
- 6) Résoudre graphiquement : $R(x) = C(x)$
- 7) Résoudre graphiquement : $R(x) > C(x)$
- 8) Le bénéfice $B(x)$ est la différence entre la recette et le coût de production. Montrer que, pour tout x de $[5 ; 20]$, $B(x) = -x^2 + 15x - 50$ (en milliers d'euros)
- 9) Montrer que la fonction B admet un maximum en $15/2$ sur $[5 ; 20]$.
- 10) Tracer sur le graphique ci-contre la courbe représentative de la fonction B

Partie B :

- 11) L'entreprise estime ses bénéfices insuffisants pour pouvoir investir et financer son développement. Elle décide donc d'augmenter ses tarifs de 20 %. Quel est le nouveau prix de vente d'une bibliothèque ? Quelle est la nouvelle recette $R'(x)$ en milliers d'euros pour x appartenant à $[5 ; 20]$?
- 12) Dans le même temps, la modernisation de l'atelier permet de réduire significativement les coûts de fabrication, qui s'élèvent désormais, en milliers d'euros, à $C'(x) = x^2 - 12x + 55$. Déterminer le nouveau bénéfice $B'(x)$ en milliers d'euros, pour x appartenant à $[5 ; 20]$.
- 13) Montrer que, pour tout x de $[5 ; 20]$: $-x^2 + 18x - 72 = -(x - 6)(x - 12)$
- 14) En déduire le nombre de bibliothèques que l'entreprise doit vendre pour que son bénéfice soit supérieur ou égal à 17 000 €.
- 15) On donne l'algorithme suivant :

Variables :	I entier naturel, N réel
Traitement :	Pour I allant de 5 à 20 :
	Affecter à N la valeur $-I^2 + 18I - 55$
	Si $N \geq 17$
	Afficher I
	Fin Si
	Fin Pour

Que fait cet algorithme ? Préciser les valeurs affichées par l'algorithme.

