

Ex 1 - Soit f la fonction définie par $x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$

- 1) Déterminer Df , l'ensemble de définition de f .
- 2) Déterminer les images de $2, -1, \frac{1}{4}$.
- 3) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé d'unité 2cm.
- 4) Déterminer algébriquement le signe de f et interpréter graphiquement.
- 5) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 1$.

Ex 2 - On définit la fonction f sur \mathbb{R} par :

$$x \mapsto \sqrt{2}x - \sqrt{3}$$

- 1) Calculer l'image de $-\sqrt{2}$.
- 2) Déterminer le ou les antécédents de 0 et $\sqrt{2}$.
- 3) Étudier le signe de f .
- 4) Tracer la courbe Cf .

Ex 3 - Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x}}{1-x}$

- 1) Déterminer le signe de $x^2 + x$ en fonction de x . En déduire Df , l'ensemble de définition de f .
- 2) Déterminer le signe de f .
- 3) Tracer Cf la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2cm.
- 4) Résoudre graphiquement (E) : $f(x) = x$.
- 5) Résoudre graphiquement (I) : $f(x) > 1$.

Ex 4 - Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

- 1) Déterminer le signe de f .
- 2) f admet-elle un extremum ? Si oui, le déterminer.
- 3) Représenter graphiquement f .

Ex 5 - f est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -3x^2 + 6x - 4$$

- 1) Déterminer le ou les antécédents de $-1, -4$ et 0
- 2) Déterminer le signe de f .
- 3) Représenter graphiquement f .
- 4) Montrer que f admet un extremum que l'on caractérisera. Interpréter graphiquement.

Ex 6 - Soit f la fonction définie sur $] -3 ; +\infty[$ par :

$$x \mapsto -\frac{1}{x+3}$$

- 1) Étudier les variations de f et faire un tableau de variations.
- 2) En déduire un encadrement de $f(x)$ lorsque $x \geq 0$.
- 3) Tracer la courbe Cf .
- 4) Résoudre graphiquement $f(x) > x$.

Ex 7 - Soit f la fonction définie par $x \mapsto \frac{x+4}{x+2}$

- 1) Déterminer Df .
- 2) Calculer les images de 0 et $\sqrt{2}$.
- 3) Déterminer le signe de f puis interpréter graphiquement.
- 4) Étudier les variations de f et faire un tableau de variations.
- 5) Représenter graphiquement f .
- 6) Résoudre graphiquement : $f(x) = 3$.

Ex 8 - Soit f la fonction définie par $x \mapsto \frac{12}{x^2+3}$

- 1) Déterminer Df , l'ensemble de définition de f .
- 2) Déterminer les images par f de $-\frac{1}{2}, 1+\sqrt{2}$.
- 3) Déterminer les antécédents de 3 .
- 4) Montrer que f admet 4 pour extremum sur \mathbb{R} .
- 5) Déterminer le sens de variations de f sur \mathbb{R}^+ .
- 6) Soit $a \in \mathbb{R}^+$. En vous appuyant sur les variations ci-dessus, comparer les nombres $f(a)$ et $f(a+1)$.

Ex 9 - Soit f la fonction définie par $x \mapsto \frac{4}{1+x^2}$

- 1) Montrer que f admet un maximum. Interpréter graphiquement.
- 2) Déterminer le sens de variations de f et dresser un tableau de variations.
- 3) Représenter graphiquement f dans un repère orthogonal d'unités 2cm en abscisses et 4cm en ordonnées.
- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) > x + 2$.

Ex 10 - Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2x^2 - x - 4$$

- 1) Montrer que f admet un minimum en $x = 1/4$.
- 2) Déterminer les variations de f et dresser un tableau de variations.
- 3) En justifiant à l'aide des variations, donner le meilleur encadrement possible de $f(x)$ dans chacun des cas suivants :
a) $x \in [1 ; 2]$ b) $x \in [-2 ; -1]$ c) $x \in [-2 ; 2]$

Ex 11 - Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{10}{x^2-4}$

- 1) Déterminer Df , l'ensemble de définition de f .
- 2) Montrer que, sur l'intervalle $] -2 ; 2[$, f admet un maximum en $x = 0$.
- 3) Suivant les valeurs du réel k , déterminer sans justifier le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$.