2des Composition de mathématiques 3h calculatrice autorisée 19III13

NOM :

I) Un lot de 135 copies est partagé entre deux correcteurs : Mr X reçoit 60 copies et Mme Y reçoit les 75 copies restantes.

1) Voici la série des notes données par Mme Y.
En complétant le tableau ci-dessous, déterminer la médiane et les quartiles.

Note attribuée	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Nombre de copies	3	4	4	6	5	6	8	6	4	7	10	5	5	2

2) La série de notes attribuées à Mr X présente les caractéristiques suivantes :
- sa médiane est égale à 15
- son premier quartile est égal à 14
- son troisième quartile est égal à 16
- les notes extrêmes sont 10 et 19

a) Construire sur votre copie, le diagramme en boîte de chacune de ces deux séries. (Échelle : 0,5 cm pour 1 point)
b) En comparant les deux diagrammes, que peut-on dire de ces deux séries ?

II) Soit la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{-4}{x^2+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de *f*.
2) Montrer que *f* admet –4 pour minimum sur $\mathbb{R}$.
3) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
4) Déterminer le sens de variation de *f* sur $]-\infty\ ;\ 0]$, puis sur $[0\ ;\ +\infty[$.
5) Sur papier millimétré, tracer la courbe représentative de la fonction *f*, notée *Cf*, dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.
6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $f(x) = -1$.
7) a) Vérifier que, pour tout x réel, $x^3-3x^2+x+1=(x-1)\left((x-1)^2-2\right)$.
b) En déduire la résolution graphique, puis algébrique de l'inéquation $(\mathrm{I}) : f(x) \leq x-3$.

III) Soit *H* l'hyperbole représentative de la fonction inverse $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

1) Tracer *H* dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.
2) Dans le même repère, tracer les droites *d* et *d'* d'équations respectives :
$y=2x$ et $y=\dfrac{1}{2}x$
3) La droite *d* coupe *H* en A (d'abscisse positive) et B.
Déterminer les coordonnées des points A et B.
4) La droite *d'* coupe *H* en C (d'abscisse positive) et D.
Déterminer les coordonnées des points C et D.
5) Quelle est la nature précise du quadrilatère ACBD ?
Le démontrer.

IV) On considère un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1 cm.
Dans ce repère, on considère le point K de coordonnées (A ; B). Puis, on considère le cercle *C* de centre K et de rayon R cm.
Soit M un point de ce repère d'abscisse X.

1) Dans cette question, on suppose que A = 4, B = –2, R = $4\sqrt{2}$ et X = 0.
Donner les ordonnées possibles de M de sorte qu'il appartienne au cercle *C*.
Justifier.
2) Taper, dans la calculatrice, un programme renvoyant, si elle existe, la (ou les) ordonnée(s) de M tel que le point M appartienne à *C*. Il est demandé de recopier sur la copie le programme dans le langage de sa calculatrice dont on précisera le modèle.
3) Que renvoie le programme lorsque l'utilisateur saisit :
a) A = 4, B = –2, R = $4\sqrt{2}$ et X = 0 ? (Vérifier avec la question 1).
b) A = –3, B = 4,5, R = 3 et X = –6 ?
c) A = 6, B = π, R = 4 et X = 0,75 ?
d) A = –2, B = $-\dfrac{5}{2}$, R = $\dfrac{\sqrt{85}}{2}$ et X = 1 ?

BARÈME PROBABLE : I) 3pts II) 8,5pts III) 4,5pts IV) 4pts

I) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{-10}{x^2+1}$.

1) Calculer les images par f de $-\dfrac{4}{3}$ et de $(2+\sqrt{5})$. On détaillera toutes les étapes de calculs.
2) Tracer la courbe C_f ainsi que la droite (d) d'équation réduite $y=x-4$.
   Echelle : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
3) Résoudre algébriquement puis graphiquement l'équation : $f(x)=-1$.
4) Vérifier que pour tout réel x on a : $x^3-4x^2+x+6=(x-2)[(x-1)^2-4]$
5) Déterminer algébriquement la position de C_f par rapport à la droite (d).

II) Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, on place les points suivants : $R(-2\,;\,1)$; $S(2\,;\,3)$ et $T(3\,;\,-1)$

1) Déterminer par le calcul les coordonnées des points suivants :
   a) T', symétrique de T par rapport à S.
   b) V image de T par la translation de vecteur $\overrightarrow{RS}$.
   c) W défini par $\overrightarrow{RW}=3\overrightarrow{RS}$.
   d) U milieu de $[VT']$.
2) Montrer que U est le milieu de $[RW]$. En déduire la nature de $RVWT'$.
3) Déterminer la valeur du réel m pour que $M(m\,;\,5)$ soit aligné avec les points R et S.
4) Soit p un nombre réel et le point $P(p+5\,;\,p)$.
   Déterminer la valeur du réel p pour que $\overrightarrow{TP}$ et $\overrightarrow{RS}$ soient colinéaires.
5) Déterminer la nature du quadrilatère $MPTS$.

III) Soit un segment $[AB]$.

1) Construire les points M et N définis par : $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ et $8\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{NB}=\vec{0}$.
2) Montrer que A est le milieu de $[MN]$.

IV) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $(E):\dfrac{2(x^2-2)}{1-x^2}+\dfrac{(x+1)^2}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $(I):\dfrac{2(x^2-2)}{1-x^2}+\dfrac{(x+1)^2}{x(x+1)}\geqslant\dfrac{1}{x}$

BAREME PROBABLE : I) 7 pts II) 6 pts III) 3 pts IV) 4 pts