FONCTIONS 3 15.1

Ex 1 - Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (x+1)(x-3)$ et $g(x) = x+1$
1) Montrer que f admet un extremum.
2) Déterminer les variations de f et faire un tableau de variations.
3) Tracer Cf et Cg dans un repère orthonormé d'unité 2cm.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de Cf et Cg.

Ex 2 - Soient f la fonction définie par $x \longmapsto \sqrt{x^2+9}$
1) Déterminer Df son ensemble de définition.
2) Déterminer les images de –3 et 0.
3) Déterminer les antécédents de 5 et –1.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de Cf avec la droite d d'équation $y = x+1$

Ex 3 - Soient f et g les fonctions définies par :
$f(x) = -\dfrac{x}{x+2}$ et $g(x) = x+2$
1) Déterminer Df et Dg les ensembles de définition de ces deux fonctions.
2) Déterminer les variations de f et faire un tableau de variations.
3) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de Cf et Cg.
4) Résoudre graphiquement puis algébriquement : $f(x) \geqslant g(x)$.

Ex 4 - Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x^2 - x + 3$ et $g(x) = x^2 - 5x + 3$
1) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de Cf et Cg.
2) Résoudre graphiquement puis algébriquement : $f(x) \geqslant g(x)$.
3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$h(x) = f(x) - g(x)$
Déterminer le signe de h.

Ex 5 - Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$f : x \longmapsto -x^2 + 3x$
1) Montrer que f admet un maximum que l'on précisera.
2) Déterminer les variations de f et tracer le tableau de variations de f.
3) Tracer Cf.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de la courbe Cf avec les axes.
5) Résoudre graphiquement puis par le calcul : $f(x) = -4$

Ex 6 - Soit les fonctions f et g définies par :
$f(x) = x^2+5x+4$ et $g(x) = \sqrt{f(x)}$
1) Étudier le signe de $f(x)$.
2) Déterminer Dg, l'ensemble de définition de g.
3) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de la courbe Cg avec les axes.

Ex 7 - Soit la fonction f définie sur $]-2\,;+\infty[$ par :
$x \longmapsto \dfrac{x-3}{2x+4}$
1) Étudier les variations de f et faire un tableau de variations.
2) Déterminer le ou les antécédents de –1 par f.
3) Tracer sa représentation graphique Cf.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de la courbe Cf avec les axes.

Ex 8 - Soient $f : x \longmapsto -x^2 + x$ et $g : x \longmapsto -x - 3$.
1) Déterminer le signe de f.
2) Déterminer les variations de f.
3) Représenter graphiquement ces deux fonctions.
4) Déterminer les positions relatives de Cf et Cg.

Ex 9 - Soit f la fonction : $x \longmapsto \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x+1}$
et g la fonction : $x \longmapsto -2x$
1) Le point $A\left(\dfrac{5}{2}\,;1\right)$ appartient-il à Cf ?
2) Déterminer le signe de f.
3) Représenter graphiquement ces deux fonctions.
4) Déterminer les positions relatives de Cf et Cg.

Ex 10 - Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto (x-2)(x-4)$.
1) Montrer que f admet un extremum puis interpréter géométriquement.
2) Représenter f graphiquement ainsi que la droite d d'équation $y = 2x - 8$.
3) Montrer que d est toujours strictement en dessous de Cf sauf en un point A dont on précisera les coordonnées.
Que peut-on dire de d par rapport Cf en A ?

Ex 11 - Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \longmapsto x^3 - x^2 - x + 1$.
1) Tracer Cf dans un repère orthogonal d'unités 2cm en abscisse et 1cm en ordonnées.
2) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$,
$f(x) = (x-1)^2(x+1)$.
Résoudre graphiquement puis algébriquement : $f(x) = 0$.
3) Déterminer les positions relatives de Cf avec la droite d d'équation $y = 3x - 3$.