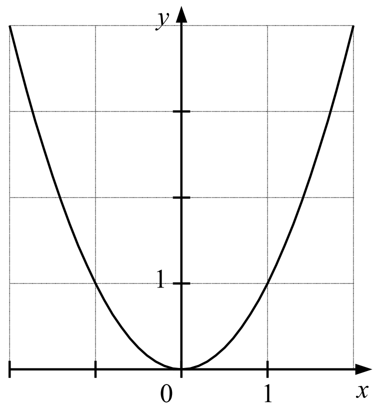
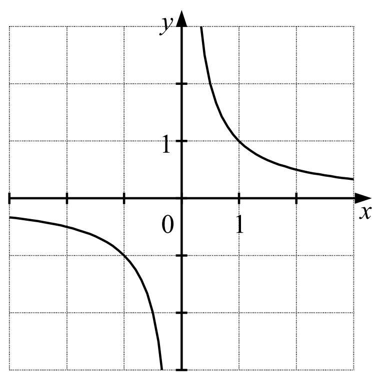
FONCTIONS 4 – FONCTIONS DE RÉFÉRENCE + AFFINES PAR PARTIES

I) FONCTIONS DE RÉFÉRENCES

fonction	$x \mapsto$?	définie sur ?	variations	représentation graphique
	$x \mapsto ax + b$		si $a < 0$, si $a > 0$,	
	$x \mapsto x^2$		x | $-\infty$ $+\infty$ x^2 |	
inverse	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	x | $-\infty$ $+\infty$ $1/x$ |	

p72: 43, 44, 53
p73: 59, 61
p74: 76, 77

II) VARIATIONS PAR ENCADREMENTS SUCCESSIFS

Exemple :

Étudier les variations sur]–∞ ; 1] de f : $x \mapsto \frac{1}{2}(x-1)^4$

Rédaction :

Pour tous x_1, x_2 tels que $x_1 < x_2 \leqslant 1$

En essayant d'utiliser les 2 méthodes
($f(x_1) - f(x_2)$ et encadrements successifs),
étudier les variations des fonctions suivantes :

f définie sur $\mathbb{R}^-$ par $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+1}$

g définie sur $\mathbb{R}^+$ par $x \mapsto \dfrac{x}{x+1}$

Remarque :

- Si x « apparaît plusieurs fois » dans l'écriture de $f(x)$,
  soit on transforme l'écriture de $f(x)$ pour pouvoir utiliser cette méthode,
  soit on étudie comme avant le signe de $f(x_1) - f(x_2)$.

III) FONCTIONS AFFINES PAR PARTIES

1) Définition

On appelle fonction affine par parties (ou par intervalles, ou par morceaux) une fonction définie sur une série d'intervalles sur chacun desquels elle coïncide avec une fonction affine.

Ex 1 : Soit *f* telle que : $\begin{cases} f(x) = -x & \text{si} \quad x \in \mathbb{R}^- \\ f(x) = x & \text{si} \quad x \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$

Ex 2 : En statistiques, sont des exemples de représentations graphiques de fonctions affines par parties.

2) Représentation graphiques

Une fonction affine étant représentée graphiquement par une droite non-verticale, une fonction affine par parties est donc représentée graphiquement par une succession de

3) Dans les exercices

Soit la fonction *f* définie par : $\begin{cases} f(x)=2x & \text{si} \quad x<3 \\ f(x)=9-x & \text{si} \quad 3\leqslant x<7 \\ f(x)=x-2 & \text{si} \quad 7\leqslant x \end{cases}$

a) Ensemble de définition

D*f* =]–∞ ; 3[∪ [3 ; 7[∪ [7 ; +∞[

donc D*f* =

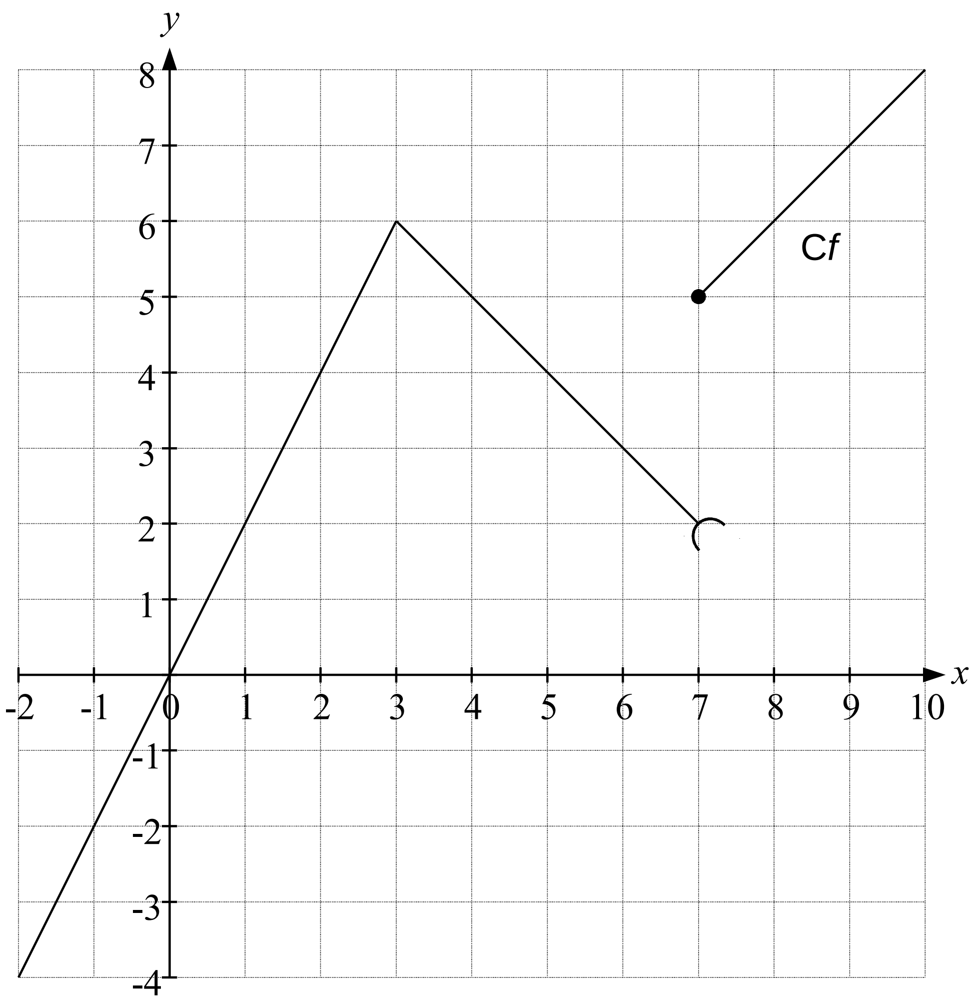
b) Variations de f

Sur]–∞ ; 3[, $f(x) = 2x$ donc *f* est strictement

Sur [3 ; 7[, $f(x) = 9 – x$ donc *f* est strictement

Sur [7 ; +∞[, $f(x) = x – 2$ donc *f* est strictement

c) Représentation graphique



d) Résoudre (E) *: f* (*x*) = 3

$$(E) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 3 \\ x < 3 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} 9 - x = 3 \\ 3 \leqslant x < 7 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x - 2 = 3 \\ 7 \leqslant x \end{cases}$$

e) Résoudre (I) *: f* (*x*) ⩾ 3

(I) ⇔

p40: 75
p81: 174, 175

Algo :
p81: 178