

Ex 1 - En s'appuyant sur les variations des fonctions de références, comparer les nombres ci-dessous :

- 1) $(-5,3)^2$ et $(-5,81)^2$
- 2) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ et $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$
- 3) $\left(\frac{24}{7}\right)^2$ et $\left(\frac{10}{3}\right)^2$
- 4) $-2(\sqrt{2}+1)+5$ et $-2(\sqrt{2}+2)+5$
- 5) $\frac{1}{\pi^2}$ et $\frac{1}{3,14^2}$

Ex 2 - Tracer la représentation graphique de la fonction carrée et en déduire l'ensemble des réel x tels que :

- 1) $0 \leq x^2 \leq 3$
- 2) $4 < x^2 < 16$
- 3) $x^2 > 7$

Ex 3 - f est la fonction inverse. Préciser le minimum et le maximum de f sur les intervalles suivants :

- 1) $[-5 ; -1]$
- 2) $[0,1 ; 0,2]$
- 3) Que dire pour $[-2 ; 2]$?

Ex 4 - Soit x un réel strictement positif et M le point d'abscisse x situé sur la courbe d'équation $y = 1/x$. On appelle alors N le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses.

- 1) Exprimer ON et MN en fonction de x .
- 2) Démontrer que l'aire du triangle OMN est constante.

Ex 5 - Encadrer x^2 , puis $2x^2 - 1$ dans les cas suivants:

- 1) $1 \leq x \leq 4$
- 2) $-2 < x < -1/2$
- 3) $-1 < x < 2$

Ex 6 - On considère la parabole d'équation $y = x^2$ sur laquelle on place 4 points distincts A, B, C et D d'abscisses respectives a, b, c et d . A quelle condition sur les réels a, b, c et d les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Ex 7 - Dans un même repère, tracer les courbes d'équations : $y = x$; $y = x^2$ et $y = 1/x$.

En vous aidant de ces courbes, dites si les implications ci-dessous sont vraies ou fausses. Dans le cas où elles sont fausses, modifier le terme de droite pour quelles deviennent vraies.

- 1) $x < 1/x \Rightarrow x \in]0 ; 1[$
- 2) $x^2 < x \Rightarrow x \in]0 ; 1[$
- 3) $x^2 > 1/x \Rightarrow x \in]1 ; +\infty[$

Ex 8 - Soit f définie sur \mathbb{R} par : $x \mapsto 2x^4 - 2$.

- 1) Étudier les variations de f par encadrements successifs.
- 2) Étudier le signe de f .
- 3) Représenter graphiquement f .
- 4) a) Montrer que $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$
b) Montrer $x^2 + x + 1$ est toujours strictement positif.
c) Déterminer les positions relatives de C_f avec la droite d d'équation $y = 2x - 2$.

Ex 9 - Soit f par : $x \mapsto \frac{1}{x^2+1}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Montrer que f admet un extremum que l'on précisera.
- 3) Étudier les variations de f par encadrements successifs.
- 4) Représenter graphiquement f .
- 5) Déterminer le ou les antécédents éventuels de 0,5.

Ex 10 - Soit f la fonction : $x \mapsto \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Exprimer $f(x)$ sous la forme d'un quotient.
- 3) En procédant par encadrements successifs, étudier les variations de f sur \mathbb{R}^+ seulement.
- 4) Étudier le signe de f sur D_f .
- 5) -1 a-t-il un antécédent par f ?

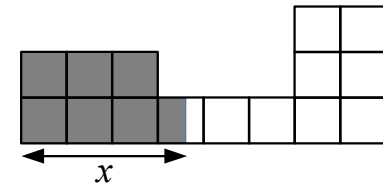
Ex 11 - Soit f définie sur \mathbb{R} par : $x \mapsto 2x^2 - 8x + 8$.

- 1) Factoriser $f(x)$.
- 2) Déterminer le signe de f .
- 3) Étudier les variations de f par encadrements successifs.
- 4) Représenter graphiquement f .
- 5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_f avec les axes.
- 6) Résoudre graphiquement $f(x) > -4x + 8$.

Ex 12 - Soit f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $x \mapsto \frac{3x-1}{x-1}$.

- 1) Montrer que pour tout x de D_f , $f(x) = 3 + \frac{2}{x-1}$
- 2) Étudier les variations de f par encadrements successifs.
- 3) Étudier le signe de f .
- 4) Représenter graphiquement f .

Ex 13 - La figure ci-dessous est composée de carrés de côté 1. x est un réel compris entre 0 et 8 et on note $f(x)$ l'aire qui a été grisée en fonction de x . Par exemple, $f(2) = 4$.



- 1) Déterminer sans justifier $f(4)$ et $f(7)$.
- 2) Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour $x \in [0 ; 3]$.
- 3) Expliquer pourquoi $f(x) = x + 3$ pour $x \in [3 ; 6]$.
- 4) Déterminer de même $f(x)$ pour $x \in [6 ; 8]$.
- 5) Déterminer les variations de f et faire un tableau de variations.
- 6) Représenter graphiquement f .
- 7) Résoudre graphiquement, puis par le calcul : $f(x) = 7,5$.

Ex 14 - Soit f :
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ -x+2 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ -1 & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

- 1) Étudier les variations de f et conclure par un tableau de variations.
- 2) Représenter graphiquement f .
- 3) Déterminer graphiquement le maximum de f .
- 4) Résoudre par le calcul : $f(x) = 0$, puis $f(x) = -1$.
- 5) Résoudre par le calcul : $f(x) < -2$.

Ex 15 - Un vendeur de caviar propose un tarif dégressif :

| Poids (g) | $[0 ; 30[$ | $[30 ; 100[$ | $[100 ; 200]$ |
|------------|------------|--------------|---------------|
| Prix (€/g) | 2 | 1,5 | 1 |

Exemple de calcul : Le prix pour 40g est $30 \times 2 + 10 \times 1,5 = 75\text{€}$.

- 1) On note $f(x)$ le prix en euros pour x grammes de caviar. Montrer que : $f(50) = 90\text{€}$ et $f(200) = 265\text{€}$.
- 2) Exprimer $f(x)$ en fonction de x pour $x \in [0 ; 200]$.
- 3) Représenter graphiquement f .
- 4) On dispose de 240€. Combien de grammes de caviar peut-on acheter ? Résoudre l'équation correspondante d'abord graphiquement puis par le calcul.