2^A DS de mathématiques 2h calculatrice autorisée 28V13

I) Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par : $x \longmapsto \dfrac{x^2-1}{(x+1)^2}$

et g la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par : $x \longmapsto \dfrac{2x-5}{x-1}$

1) Simplifier $f(x)$ et en déduire la nature de la fonction f puis de la courbe C_f.
2) Déterminer les coordonnées du centre de symétrie de C_f.
3) Déterminer les variations de f.
4) Déterminer les positions relatives de C_f et C_g.

Remarque : Il n'est pas demandé de tracer les courbes C_f et C_g

---

II) Dans une population de souris, celles-ci peuvent avoir soit une maladie a, soit une maladie b, soit les deux maladies, soit aucune des deux.
On note A l'ensemble des souris ayant la maladie a et B l'ensemble des souris ayant la maladie b.

1) A l'aide des notations sur les ensembles, écrire :
   a) L'ensemble des souris ayant les deux maladies.
   b) L'ensemble des souris n'ayant pas la maladie a.
   c) L'ensemble des souris n'ayant aucune des deux maladies.
2) a) Énoncez à l'aide d'une phrase l'ensemble $A\cap\overline{B}$
   b) Une souris a la maladie a mais pas la maladie b. Appartient-elle à $\overline{B}$?
3) La probabilité qu'une souris n'ait pas la maladie a est 0,7. La probabilité qu'elle ait la maladie a ou la maladie b est aussi 0,7. La probabilité qu'elle ait la maladie a et la maladie b est 0,2.
   Calculer la probabilité qu'une souris n'ait pas la maladie b.

III) Trigonométrie :

1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation $(I): \sin x < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
2) Résoudre dans $[-\pi ; 3\pi]$ le système $(S): \begin{cases} \cos^2 x = \dfrac{1}{2} \\ \sin x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

IV) Un ivrogne n'est qu'à 3 pas de chez lui. Malheureusement, à chaque pas, il va soit en avant, soit en arrière, avec la même probabilité. On note $p(n)$ la probabilité qu'il arrive à rentrer chez lui en n pas maximum.

1) Déterminer $p(3)$
2) Sachant qu'une fois arrivé chez lui, il arrête de marcher, déterminer $p(4)$
3) On veut estimer $p(10)$ en faisant une simulation à l'aide de l'algorithme ci-dessous :

```
0 → A
Pour B allant de 1 à 100
      0 → C ; 0 → D
      Tant que C < 10 et D < 3
            -1 ou +1 → E
            D + E → D
            C + 1 → C
      Fin Tant que
      Si D = 3
            A + 1 → A
      Fin Si
Fin Pour
Afficher A
```

a) Décrire rapidement la signification des variables A, C, D, E.
b) Comment a-t-on codé un pas en avant ? et un pas en arrière ?
c) Comment traduire la ligne 5 dans le langage de votre calculatrice ?
d) En exécutant cet algorithme, on a obtenu A = 35.
   En déduire l'intervalle de confiance associé à $p(10)$.
   Peut-on dire que notre ivrogne a moins d'une chance sur deux d'arriver chez lui en 10 pas maximum ?

BARÈME PROBABLE : I) 7pts II) 3,5pts III) 3pts IV) 6,5pts

I) Soient les fonctions f et g définies par : $f(x)=-2x^2-4x+5$ et $g(x)=\frac{7x+5}{x+1}$

1) Écrire $f(x)$ sous forme canonique.
2) Déterminer les variations de f.
3) Déterminer la nature de C_f et les coordonnées de son sommet.
4) Préciser l'ensemble de définition de g.
5) Écrire $g(x)$ sous forme réduite.
6) Déterminer les variations de g.
7) Déterminer la nature de C_g et les coordonnées de son centre de symétrie.
8) Tracer C_f et C_g dans un même repère orthonormé d'échelle 1cm.
9) Déterminer les positions relatives de C_f et C_g.

II) Pile ou Face !

1) Avec une pièce de monnaie, on joue 4 fois de suite à pile ou face et on compte le nombre total de fois où l'on a obtenu la même face que lors du premier lancer. (On codera « face » par F et « pile » par P)
Exemple :

1er lancer	Lancers suivants	Résultat
F	FFP	3
P	FPP	3
P	FFF	1

   a) Représenter l'ensemble des possibilités à l'aide d'un arbre.
   b) Déterminer la probabilité d'obtenir 4.
   c) Déterminer la probabilité d'obtenir 3.
2) Désormais, on décide de lancer la pièce 10 fois de suite.
   a) Déterminer la probabilité d'obtenir 10.
   b) Déterminer la probabilité d'obtenir 9.
3) Avec 10 lancers, la probabilité d'obtenir 5 va être difficile à déterminer !
On décide de simuler l'expérience avec la calculatrice.
   a) Avec quelle instruction de la calculatrice peut-on générer aléatoirement des 0 (pile) et des 1 (face) en ayant la même probabilité d'obtenir 0 que 1 ?
   b) Écrire un algorithme qui « lance une pièce 10 fois » et affiche le nombre de fois où l'on a eu la même face de la pièce que lors du premier lancer.
   c) **Question bonus** : Écrire un algorithme qui recommence 100 fois l'expérience des 10 lancers de pièce et compte le nombre de fois où l'on a obtenu 5. Tester cet algorithme 3 fois : Combien avez vous trouvé à chaque fois ? Proposez une valeur approchée de la probabilité d'obtenir 5 avec 10 lancers.

Remarque : Recopier les algorithmes des questions 3)b) et 3)c) sur votre copie tout en indentant le code.

BAREME PROBABLE : I) 12pts II) 8pts