

INÉQUATIONS

I) TABLEAU DE SIGNE

1) Exemple : signe de $-2x + 3$

$$-2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(-2x + 3 < 0 \Leftrightarrow$$

Récapitulons ces résultats dans un "tableau de signe" :

x	$3/2$
$-2x + 3$	0

2) Cas général : Signe d'une expression du 1^{er} degré

Propriété :

Dans un tableau de signe :

$-\frac{b}{a}$ est la valeur de x qui « annule » l'expression $ax + b$.

A droite de cette valeur, $ax + b$ est du signe de a .

A gauche, $ax + b$ est du signe contraire.

Démonstration :

Soit (I) : $x > -\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$)

3) Signe d'un produit ou d'un quotient

Ex : Étudier le signe de $A(x) = \frac{x+1}{x-1}$ en fonction de x .

x	-1	1
$x+1$	0	
$x-1$		0
$A(x)$	0	

Bilan : $A(x) > 0 \Leftrightarrow$

$A(x) < 0 \Leftrightarrow$

$A(x) = 0 \Leftrightarrow$

p74 : 70, 72, 75
p83 : 184

II) ÉQUIVALENCES

Pour être certain de résoudre les inéquations par équivalences successives, nous nous appuierons sur les propriétés suivantes :

A, B, C étant des réels quelconques, on a :

1) $A > B \Leftrightarrow A + C > B + C$

2) $A > B \Leftrightarrow A - C > B - C$

3) $A > B \Leftrightarrow AC > BC$

$A > B \Leftrightarrow AC < BC$

4) $A > B \Leftrightarrow \frac{A}{C} > \frac{B}{C}$

$A > B \Leftrightarrow \frac{A}{C} < \frac{B}{C}$

Remarque :

Il n'y a pas de propriété simple pour les inéquations produit ou quotient...
Mais peu importe puisque nous avons les tableaux de signe !

Ex: Résoudre dans \mathbb{R} , (I) : $\frac{4}{x} \geq 1$

Condition : $x \neq 0$

Méthode fausse :

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \geq x \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$S =]-\infty ; 0[\cup]0 ; 4]$$

Méthode juste :

$$(I) \Leftrightarrow \quad \text{cf 2)}$$

$$(I) \Leftrightarrow$$

	0	4

Logique :

p78 : 149, 150

p79 : 151

Inéquations :

p78 : 123, 124, 126, 130, 132, 133, 137, 138 \rightarrow 147

Fonctions :

p79 : 154, 155, 157, 159, 160

III) DANS LES EXERCICES

Ex : Résoudre dans \mathbb{R} : (I) $\frac{4(x+1)}{x+3} \geq x+1$

Conditions :

$$x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4(x+1)}{x+3} - x + 1 \geq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4(x+1) - (x+1)(x+3)}{x+3} \geq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)(4-x-3)}{x+3} \geq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)(1-x)}{x+3} \geq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

S'il y a des conditions, les préciser

A chaque étape, penser à écrire l'équivalence et les conditions

Factoriser en un produit ou quotient positif ou négatif, puis faire un tableau de signe

	-3	-1	1
		0	
			0
	0		
		0	0