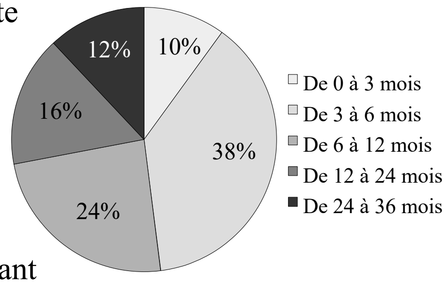
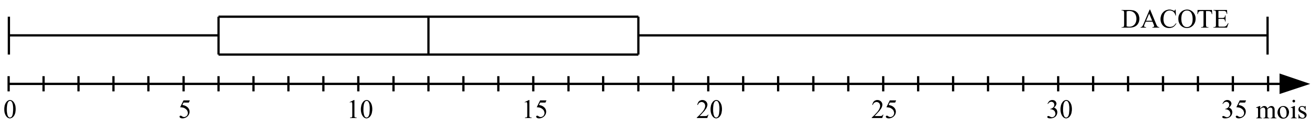
2des — **DS de mathématiques 2h** calculatrice autorisée — 3II15

Nom :

I) Dans le bureau Pôle-Emploi de la ville DICI, on a relevé les temps d'attente pour trouver un emploi à partir du dépôt d'un dossier.
Les données sont présentées dans le diagramme ci-contre. On supposera qu'elles sont uniformément réparties au sein de chaque classe.



1) Rassembler les données ci-contre dans un tableau des fréquences et y ajouter la ligne des fréquences cumulées croissantes (FCC).
2) Calculer une approximation de la moyenne de cette série.
3) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes en choisissant comme échelle : 1cm pour 2 mois et 1cm pour 10%.
En déduire les valeurs approchées de la médiane et des quartiles Q_1 et Q_3.
Interpréter la médiane obtenue dans le contexte de l'exercice.
4) Voici le diagramme en boite du bureau Pole-emploi de la ville DACOTE :



a) Construire au-dessus le diagramme en boîte de la ville DICI.
b) Dans quelle ville préféreriez-vous habiter si vous étiez inscrit à Pole-emploi et dans l'attente de retrouver un travail ? Justifier.

II) 1) Dans $\mathbb{R}$, résoudre algébriquement : $(I_1) : 1+\frac{1}{x} \leq \frac{x-2}{x+1}$

2) On cherche à vérifier graphiquement les solutions de (I_1) avec une calculatrice.
a) Quelle(s) courbe(s) doit-on tracer sur la calculatrice ?
b) **Sans reproduire ces courbes sur la copie**, résoudre graphiquement (I_1).

3) Dans $\mathbb{R}$, résoudre algébriquement : $(I_2) : 5x^4 > 10x^3 - 5x^2$

III) Soit ABCD un trapèze tel que $\overrightarrow{DC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et O le point d'intersection de ses diagonales.

Le but de l'exercice est de montrer que O est aligné avec les milieux des bases [AB] et [DC].

1ère méthode : Avec un repère

Dans cette partie, on appellera I et J les milieux respectifs de [AB] et [DC].

1) Justifier que $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ forme un repère du plan.
2) Déterminer les coordonnées de A, B, C, D, I et J dans ce repère. (Justifier)
3) Justifier pourquoi il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AO} = k\,\overrightarrow{AC}$.
Déterminer les coordonnées de O en fonction de k.
4) En utilisant le fait que D, O et B sont alignés, déterminer k, puis en déduire les coordonnées de O.
5) Montrer que O, I et J sont alignés.

2ème méthode : Avec la géométrie de collège

Dans cette partie, on appellera I le milieu de [AB] et K l'intersection de (OI) avec [DC].

6) Montrer que $\frac{OK}{OI} = \frac{DK}{IB} = \frac{KC}{AI}$.
7) En déduire que K est le milieu de [DC].

BAREME PROBABLE : I) 6pts II) 4pts III) 10pts

NOM :

I) Soient quatre points A, B, C et D distincts deux à deux et x et y deux réels quelconques. Pour chacune des lignes ci-dessous, compléter la colonne « Réponse » avec l'un des choix suivants : « P ⇔ Q », « P ⇒ Q » ou « Q ⇒ P ».

P	Q	Réponse
A et B sont symétriques par rapport à C	$\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{CA}$	
$x^2=4$	$x=2$	
C est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$	ABCD est un parallélogramme	
Il existe un réel strictement positif k tel que : $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$	ABDC est un trapèze de bases [AB] et [CD]	
$\overrightarrow{AB}=5\overrightarrow{CD}$	ABDC est un trapèze de bases [AB] et [CD]	
$x>0$ et $y>0$	$xy>0$	
$\widehat{ABC}=60°$	ABC est un triangle équilatéral	
$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$	$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}$	

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$(E_1): x^2-x=2$ $\quad$ $(E_2): \dfrac{(x+1)^2-x^2}{(2x+1)(x-1)}=-x-1$ $\quad$ $(I): \dfrac{2x+1}{x+2}\geqslant x$

III) Soit un triangle ABC et les points D et E définis par : $\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{BD}=\vec{0}$ et $\overrightarrow{CE}+3\overrightarrow{BE}=\vec{0}$

1) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, puis $\overrightarrow{CE}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.
2) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
   Que peut-on en déduire concernant la droite (DE) ?

IV) On considère un parallélogramme ABCD,
avec I le milieu de [AB], J le point tel que $\overrightarrow{BJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et K le point tel que $\overrightarrow{CK}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

1) Montrer que $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.
2) Exprimer de même $\overrightarrow{IK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3) Montrer que I, J et K sont alignés
4) Quelle est la nature du quadrilatère IBDK ?

BAREME PROBABLE : I) 2pts II) 6pts III) 5,5pts IV) 6,5pts

I) Des gens très sérieux faisant des études très sérieuses sur le corps humain ont regroupé ci-dessous les circonférences en cm des biceps de 252 hommes.

24,8	25,3	25,6	25,8	26	26,1	26,7	26,8	27	27	27,3	27,5	27,5	27,7	27,7	27,8	27,8	27,9	27,9	27,9
27,9	28,3	28,5	28,5	28,6	28,7	28,8	28,8	28,8	28,8	29	29	29,1	29,2	29,2	29,2	29,3	29,3	29,4	29,4
29,4	29,4	29,5	29,6	29,6	29,6	29,7	29,7	29,7	29,8	29,8	29,8	29,9	29,9	29,9	30	30,1	30,1	30,1	30,1
30,1	30,2	30,2	30,2	30,3	30,3	30,3	30,3	30,4	30,5	30,5	30,5	30,5	30,5	30,5	30,5	30,6	30,6	30,6	30,6
30,7	30,8	30,8	30,8	30,9	30,9	30,9	31	31	31	31	31	31,1	31,1	31,2	31,2	31,2	31,3	31,3	31,3
31,3	31,4	31,4	31,4	31,4	31,4	31,5	31,5	31,6	31,6	31,6	31,6	31,6	31,6	31,6	31,7	31,7	31,7	31,7	31,8
31,8	31,8	31,9	32	32	32	32,1	32,1	32,1	32,1	32,2	32,2	32,2	32,4	32,4	32,4	32,4	32,5	32,5	32,5
32,5	32,5	32,6	32,6	32,6	32,7	32,7	32,7	32,8	32,8	32,9	32,9	32,9	32,9	33	33	33,1	33,1	33,2	33,2
33,3	33,3	33,3	33,3	33,4	33,4	33,4	33,5	33,5	33,5	33,5	33,6	33,6	33,6	33,6	33,7	33,7	33,7	33,8	33,8
33,9	33,9	34	34	34	34,1	34,1	34,3	34,3	34,4	34,4	34,4	34,5	34,6	34,7	34,8	34,8	34,8	34,9	35,1
35,1	35,1	35,1	35,2	35,2	35,3	35,3	35,3	35,3	35,4	35,5	35,6	35,6	35,6	35,6	35,7	35,7	35,8	35,9	35,9
35,9	36	36,1	36,1	36,1	36,2	36,2	36,4	36,4	36,4	36,6	36,7	36,7	36,8	36,9	37,1	37,1	37,2	37,2	37,2
37,2	37,3	37,3	37,5	37,5	37,7	38,2	38,4	38,5	38,5	39,1	45								

1) **<u>Avec les données réelles</u> :**
   Déterminer la médiane et les quartiles de cette série, puis faites un diagramme en boite.
2) **<u>En répartissant les données par classes</u> :**
   a) Compléter le tableau ci-dessous :

Circ. (cm)	[24 ; 28[	[28 ; 30[	[30 ; 31[	[31 ; 32[	[32 ; 33[	[33 ; 34[	[34 ; 36[	[36 ; 38[	[38 ; 40[	[40 ; 46]
Effectif										
ECC										

   b) Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants puis déterminer graphiquement une approximation de la médiane. L'approximation obtenue semble-t-elle bonne ? (cf question 1)
   c) En faisant une interpolation linéaire, calculer une approximation de la médiane.
   Le résultat obtenu est-il meilleur que celui du b) ?
   d) Faire un histogramme.

II) Résoudre dans ℝ l'inéquation $(I) : \dfrac{(9x^2-4)^2}{(6x+4)^2} \leqslant 0$

III) Voici un programme écrit en Python :

```
n=input("Entrez un entier : ")
if n<0:
    n=-n
i=0
while n/(10**i)>=10:
    i=i+1
print i+1
```

Aucune justification n'est demandée dans cet exercice !

1) Qu'est-ce que le programme affichera si l'utilisateur tape : a) « 5679 » b) « 0 » c) « – 459981 »
2) Que semble faire le programme ?
3) Y a-t-il des entiers pour lesquels ce programme ne fonctionnera pas ?

IV) Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points $A(4 ; 13)$; $B(-2 ; 5)$ et $C(2 ; 7)$.
1) Déterminer l'équation de la droite d passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(4;1)$ ainsi que celle de la droite (BC).
2) Sans faire aucun calcul, justifier que ces deux droites sont sécantes, puis déterminer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.
3) Déterminer tous les couples de nombres réels, tels que le premier augmenté de 12 est égal au double du second, et le second diminué de 12 est égal au quart du premier.
4) Déterminer l'ensemble des points M dont les coordonnées x et y vérifient $(x-3y+30)^2-(y-18)^2=0$

BAREME PROBABLE : I) 9pts II) 1,5pts III) 3,5pts IV) 6pts

NOM :
Classe :

I) Soient les points $A(-3\ ;\ 3)$; $B(5\ ;\ -1)$; $C(7\ ;\ a)$ et $D(3\ ;\ 4)$ dans un repère $(O;\ \vec{i},\vec{j})$, où a est un nombre réel.

1) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{DC}$.
2) Pour quelle(s) valeur(s) de a, le quadrilatère $ABCD$ est-il un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$?

II) Soient quatre points A, B, C et D distincts deux à deux. Pour chacune des lignes ci-dessous, compléter la colonne « Réponse » avec l'un des choix suivants : « P ⇔ Q », « P ⇒ Q » ou « Q ⇒ P ».

P	Q	Réponse
$\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$	A, B et C sont alignés	
$AB=2AC$	$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$	
C est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$	$ABCD$ est un parallélogramme	
Il existe un réel k tel que : $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$	(AB) et (CD) sont parallèles	

III) Soit un triangle ABC tel que : AB = 4cm, BC = 5cm, et AC = 7cm.

1) Construire le point D vérifiant l'égalité : $3\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$
2) Montrer qu'il n'existe pas de point E vérifiant l'égalité : $2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}-3\overrightarrow{EC}=\vec{0}$

IV) Soit $ABCD$ un parallélogramme. E est le milieu du segment $[CD]$, F est le symétrique de E par rapport à D, et G est le point défini par $\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{CB}$. On considère le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$

1) Donner en justifiant les coordonnées de tous les points de la figure.
2) Montrer que A est sur la droite (FG).
3) Montrer que les droites (FG) et (BE) sont parallèles.

V) 1) Factoriser pour tout réel x : $A(x)=x^2-13x+40$

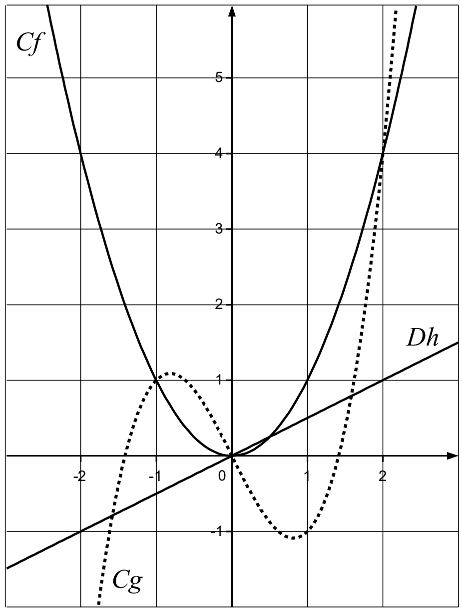
2) Résoudre dans ℝ l'inéquation : $(I):\dfrac{-1}{3(x-5)}+\dfrac{2}{x-8}<\dfrac{1}{x^2-13x+40}$

VI) On veut savoir combien d'heures par semaine les français regardent la télévision. On a interrogé pour cela un échantillon représentatif de 4860 français de tous âges et voici le résultat de l'enquête.

Nombre d'heures hebdomadaire	[0 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 55[
Effectif	972	924	824	1120	1020
Fréquence (%)					
Fréquence cumulée (%)					

1) Faire un histogramme.
2) Compléter le tableau ci-dessus (arrondir à l'unité) puis tracer le polygone des **fréquences** cumulées croissantes et en déduire graphiquement une approximation du temps médian et des 1^{er} et $3^{ème}$ quartiles.
3) Calculer une approximation du temps moyen (arrondir à l'unité). Comment expliquer l'écart entre le temps moyen et le temps médian trouvé dans la question précédente ?
4) Finalement, la personne qui a fait le tableau ci-dessus se rend compte qu'elle a fait une erreur : le maximum n'est pas de 55 heures hebdomadaire mais est un peu inférieur. Quel est ce nouveau maximum, sachant qu'en recalculant la moyenne cette personne trouve 20h30 ?

BAREME PROBABLE : I) 2 pts II) 1 pt III) 2,5 pts IV) 4,5 pts V) 3 pts VI) 7 pts



I) On a représenté ci-contre les trois fonctions *f*, *g* et *h* définies sur ℝ

par : $f(x)=x^2$ $g(x)=x^3-2x$ $h(x)=\frac{1}{2}x$

1) Résoudre algébriquement, puis graphiquement :

$(I_1): f(x)>h(x)$

$(I_2): f(x)\leqslant g(x)$

$(E_1): g(x)=0$

2) Déduire de la courbe C_f un encadrement de $f(x)$ pour $x\in]-2;1[$.
(Il n'est pas demandé de justifier)

II)Soit un quadrilatère *MONP* tel que, pour tout point *A* du plan, on ait : $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AP}=\vec{0}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{ON}=\vec{0}$.
2) En déduire la nature de *MONP*.
(*Il n'est pas demandé de faire une figure*)

III)Soit un parallélogramme *ABCD, O* le milieu de [*AB*] et *E* le point du segment [O*D*] tel que $\overrightarrow{OE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OD}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}$.
2) De même exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{OD}$.
3) En déduire que les points *A*, *E* et *C* sont alignés.

IV)Soit les expressions suivantes :

$A(x)=2(3x-2)(2x^2-x-1)$
$B(x)=4(1+2x)-2x^3-x^2$
$C(x)=-5(x-1)^2-10x+25$

1) a) Factoriser $2x^2-x-1$
b) Factoriser $B(x)$
c) Résoudre dans ℝ : (I_1): $A(x)<B(x)$

2) a) Développer puis factoriser $C(x)$
b) Résoudre dans ℝ : (E_1): $B(x)=C(x)$
c) Résoudre dans ℝ : (I_2): $\frac{5B(x)}{C(x)}\geqslant\frac{-2x^2}{2-x}$

BAREME PROBABLE : I) 5 pts II) 2 pts III) 4 pts IV) 9 pts

I) Soient a et b deux réels tels que : $a > b > 0$ et soit $C=\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}$
Calculer C^2 puis en déduire une expression simplifiée de C.

II) Soient a et b deux entiers naturels.
1) Montrer que : $ab=\frac{1}{4}(a+b)^2-\frac{1}{4}(a-b)^2$
2) Calculer par ce procédé : 28×22

III) Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $\mathbb{N}$:
(I) : $-\sqrt{2}+1<\frac{1-2x}{\sqrt{2}}\leqslant\sqrt{2}+1$

IV) 1) Pour chacune des conditions ci-dessous, écrire sous forme d'intervalles l'ensemble des x vérifiant la condition :
a) $x\leqslant 1$ ou $-2\leqslant x<2$
b) $-6<x<2$ et $x\geqslant 0$
c) $-1\leqslant x\leqslant 1$ et $1\leqslant x<2$
d) $x<3$ ou $x>-3$

2) Soit $A=]-4;3]\cup[7;11]$ et $B=]-\infty;-4]\cup[-2;2]\cup[11;+\infty[$
Déterminer $A\cup B$ et $A\cap B$

V) Soients :
$A(x)=(2x+1)(-3x^2+5x-2)$
$B(x)=(1-2x)^3-x^2+2x^3$
$C(x)=(4x-2)^2-(x+1)(1-2x)$
1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, (E_1) : $A(x)=x-2$
2) a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $A(x)=(1-x)(6x^2-x-2)$
b) Factoriser $B(x)$
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, (I_1) : $A(x)>B(x)$
3) a) Factoriser $C(x)$
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, (E_2) : $B(x)=C(x)$
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, (I_2) : $\frac{B(x)}{C(x)}\leqslant\frac{1}{1+x}$

BAREME PROBABLE : I) 2,5pts II) 3pts III) 3pts IV) 4pts V) 11,5pts