

Classes de 2nde	Composition n°2 de mathématiques	Jeudi 23 mars 2017
Calculatrice autorisée		Durée : 3h00

Exercice 1 (2,5 points) : Vrai / Faux sur feuille séparée à rendre avec la copie

Exercice 2 (9 points) : On considère les fonctions $f : x \mapsto -x^2 + 6x - 5$ et $g : x \mapsto -1 + \frac{4}{x-1}$.

C_f et C_g sont leurs courbes représentatives dans un repère donné.

- Déterminer les ensembles de définition D_f et D_g des fonctions f et g .
- Montrer que f atteint un maximum de 4 sur \mathbb{R} .
- Etudier les variations de f sur $]-\infty; 3]$ puis sur $[3; +\infty[$.
 - Dresser le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .
- Vérifier que, pour tout x de \mathbb{R} , $f(x) = -(x-5)(x-1)$.
- Etudier le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} . **Interpréter graphiquement.**
- Tracer la représentation graphique C_f de la fonction f sur le graphique au verso de la feuille séparée.
- Etudier les variations de g sur $]-\infty; 1[$.
 - En admettant que g est strictement décroissante sur $]1; +\infty[$, dresser le tableau de variations de g sur D_g .
- En utilisant la forme factorisée de $f(x)$, résoudre par le calcul $f(x) = g(x)$ sur D_g . **Interpréter graphiquement.**
- Résoudre par le calcul $f(x) \geq g(x)$ sur D_g . **Interpréter graphiquement.**

Exercice 3 (2,5 points) : Dans une population de souris, certaines présentent une maladie A, d'autres une maladie B, les deux maladies A et B, ou aucune des deux maladies. On choisit une souris au hasard et on note A l'événement « la souris présente la maladie A » et B l'événement « la souris présente la maladie B ».

- Traduire à l'aide des notations d'ensemble et de logique chacun des événements suivants :
 C : « La souris présente les deux maladies ».
 D : « La souris ne présente pas la maladie A ».
 E : « La souris ne présente aucune des deux maladies ».
- Définir l'événement $A \cap \bar{B}$ par une phrase.
 - L'événement « La souris présente la maladie A mais pas la maladie B » est-il inclus dans \bar{B} ?
- La probabilité qu'une souris n'ait pas la maladie A est 0,7, celle qu'elle ait la maladie A ou la maladie B est 0,7 également, celle qu'elle ait la maladie A et la maladie B est 0,2.
Calculer la probabilité qu'une souris ne soit pas atteinte de la maladie B.

Exercice 4 (2 points) : Une expérience aléatoire consiste à lancer trois fois de suite un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6, à noter les trois résultats obtenus pour en faire ensuite la somme.

Dans le but de simuler cette expérience, on écrit l'algorithme suivant :

<i>Variables :</i>	S, I, F sont des entiers naturels
<i>Traitement :</i>	Affecter à S la valeur 0 Pour I allant de 1 à 3 Affecter à F un nombre aléatoire entre 1 et 6 Affecter à S la valeur $S + F$
	Fin Pour
<i>Sortie :</i>	Afficher S

- Que représentent les variables F et S dans cet algorithme ?
- Décrire un univers de l'expérience et préciser le nombre d'issues.
- On appelle A l'événement « La somme est 3 ». Calculer $p(A)$.

Exercice 5 (4 points) : Soit ABC un triangle non aplati et I le milieu de $[BC]$.

A chaque nombre réel m , on associe les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{AM} = (1-m)\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{AB} + (1-m)\overrightarrow{AC}$$

- Justifier que $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est un repère du plan.
- Donner en justifiant les coordonnées des points A, B, C et I dans ce repère.
 - Dans ce repère, déterminer les coordonnées des points M et N en fonction de m , pour $m \in \mathbb{R}$.
- Si $m = 1$, où sont les points M et N ?
- Placer sur la figure ci-jointe les points M et N dans les cas suivants : $m = -1$ (en rouge) puis $m = 3$ (en vert).
- Montrer que, pour tout m de \mathbb{R} , \overrightarrow{BM} est colinéaire à \overrightarrow{BC} . Que peut-on en déduire ?
- Déterminer en justifiant les valeurs de m pour lesquelles M et N sont confondus.
- Montrer que, pour tout m de \mathbb{R} , I est le milieu de $[MN]$.

Feuille séparée à rendre avec la copie

Exercice 1 : Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : pour chacune des propositions, indiquer sans justifier si elle est vraie ou fausse.

f est une fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 3]$ dont voici le tableau de variation :

x	-2	1	3
variations de f	-1	2	0

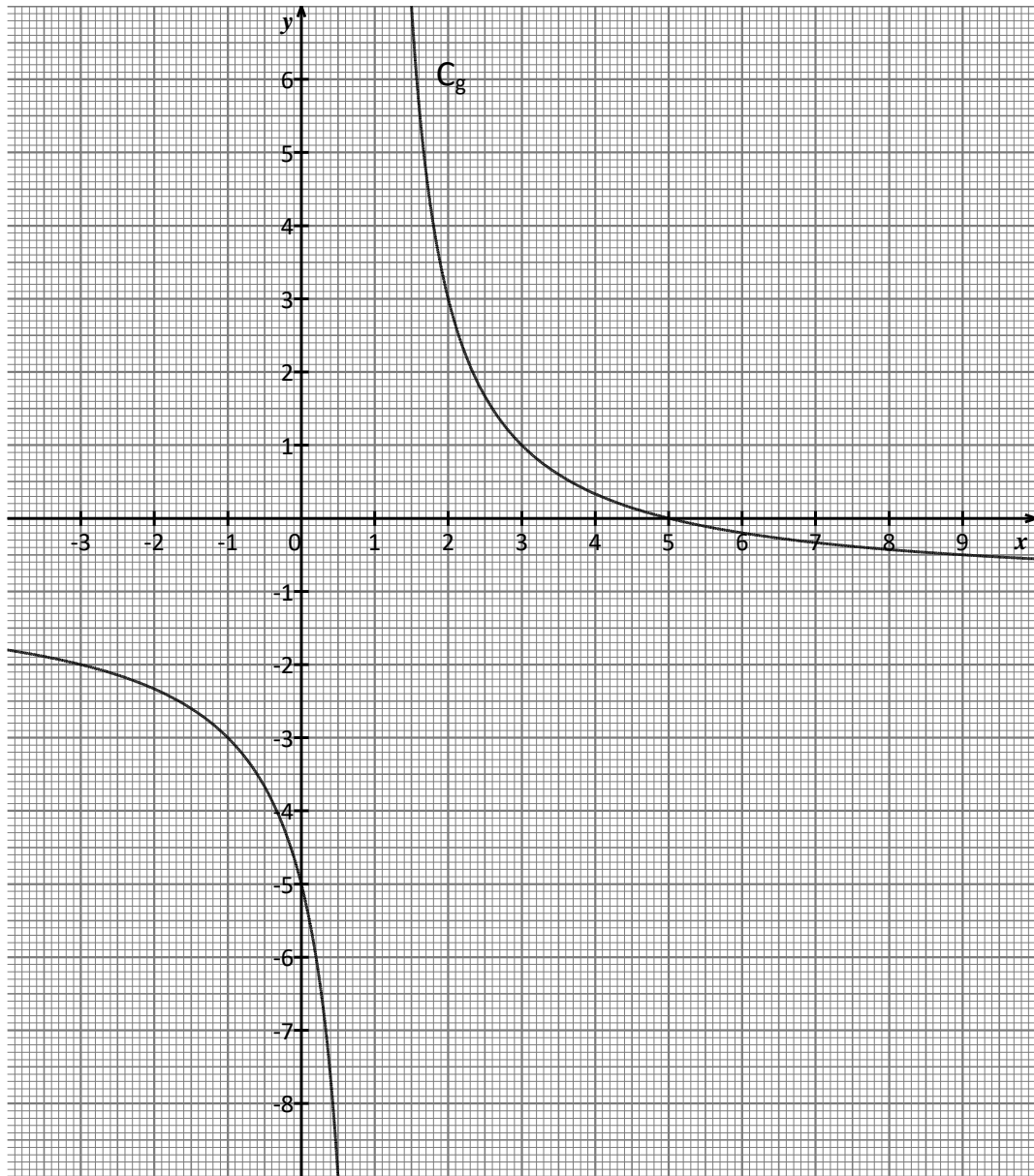
	V / F
1. Pour tout nombre réel x de $[-2 ; 3]$, $f(x) \geq 0$	
2. Pour tout nombre réel x de $[-2 ; 3]$, $f(x) \leq 3$	
3. Il existe un nombre réel x de $[-2 ; 3]$ tel que $f(x) < 0$	
4. Il existe un nombre réel x de $[-2 ; 3]$ tel que $f(x) = -2$	
5. Pour tout nombre réel x de $[-2 ; 3]$, il existe un nombre réel x' de $[-2 ; 3]$ tel que $f(x') > f(x)$	

Partie B : f est une fonction définie sur \mathbb{R} . Pour chaque implication, indiquer sans justifier, si elle est vraie ou fausse.

	V / F
6. Si f est croissante sur $[0 ; 2]$, alors f est croissante sur $[0 ; 1]$	
7. Si f est décroissante sur $[0 ; 2]$, alors $f(0,5) \geq f(0,6)$	
8. Si $f(0) < f(1)$, alors f est croissante sur $[0 ; 1]$	
9. Si f admet un maximum en 1 sur $[0 ; 1]$, alors f est croissante sur $[0 ; 1]$	
10. Si f n'est pas croissante sur $[0 ; 1]$, alors f est décroissante sur $[0 ; 1]$	

Suite au verso

Exercice 2 : question 6.



Exercice 5 : question 4.

