I) En s'appuyant sur les variations des fonctions de référence, comparer les nombres suivants :

$-4(1-\sqrt{2})^2+3$ et $-4(1-\sqrt{3})^2+3$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}$

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

(E) : $\dfrac{5x+3}{4x-1}=\dfrac{5x-3}{4x+1}$ $\qquad\qquad$ (I) : $1\leqslant\dfrac{3x-4}{x+5}\leqslant 2$

III) Une enquête est réalisée à Versailles auprès d'un échantillon représentatif de la population de la ville. Il en ressort que 60 % des habitants pratiquent le tri sélectif, 55% des habitants sont sensibles au développement durable et la moitié de la population est à la fois sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
On interroge au hasard un habitant de Versailles et on considère les événements suivants :
D : la personne interrogée est sensible au développement durable.
T : la personne interrogée pratique le tri sélectif.

1) Traduire à l'aide des notations d'ensembles chacun des événements suivants :
   a) La personne interrogée ne pratique pas le tri sélectif ;
   b) La personne interrogée est sensible au développement durable ou pratique le tri sélectif ;
   c) La personne interrogée n'est pas sensible au développement durable et ne pratique pas le tri sélectif.
2) Calculer la probabilité de chacun de ces trois événements.

IV) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. La figure est à compléter au fur et à mesure des questions.

1) Placer les points A(–2 ; 2), B(4 ; 0) et C(2 ; –2).
2) Calculer les coordonnées du point I, milieu du segment [AB].
3) Calculer les coordonnées du point D, intersection de la droite (CI) avec l'axe des ordonnées.
4) Dans la suite, on admettra que D a pour coordonnées (0 ; 4). Étudier l'appartenance du point D au cercle de diamètre [AB].
5) Déterminer la nature du quadrilatère ACBD.

V) ABCD est un rectangle tel que AB = 8 et BC = 5. M est un point du segment [AB] distinct de B.
On pose AM = x. La droite (CM) coupe la droite (AD) en un point N.

1) Faire une figure.
2) Déterminer les valeurs possibles du réel x puis exprimer la distance AN en fonction de x.
3) Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 8[par $f(x)=\dfrac{40}{8-x}-5$.

   Montrer que, pour tout x de [0 ; 8[, $f(x)=\text{AN}$.
4) Étudier les variations de f par la méthode des encadrements successifs.
5) Montrer que si AM > 4 alors AN > 5.
6) Le cas $\text{AN}\geqslant 2019$ est-il possible ?

BARÈME PROBABLE : I) 2pts II) 3pts III) 3pts II) 5,5pts II) 6,5pts