2des Composition du 11 XII 17 — 2h — Corrigé succinct

## I) ABCD est-il carré ?

$AB = \sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$BC = \sqrt{50} - \sqrt{32} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$

donc $AB = BC$

donc le rectangle ABCD a deux côtés consécutifs de même longueur

donc $\boxed{\text{ABCD est un carré}}$

## II) 1) Cas où $x = -2$

Algorithme A : $Y = 2$ ; $Z = 4$ ; $T = 1$ — Affichage : 1

Algorithme B : $Y = 4$ ; $X = -16$ ; $X = -3$ ; $X = 1$ — Affichage : 1

les deux algorithmes affichent $\boxed{\text{la même valeur}}$

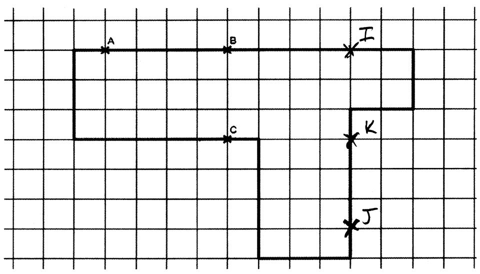
2) Cas général

l'Algorithme A calcule : $(x+4)^2 - 3 = x^2 + 8x + 13$

l'Algorithme B calcule : $(8x+13) + x^2 = x^2 + 8x + 13$

Les deux algorithmes afficheront donc $\boxed{\text{toujours la même valeur}}$

## III) ⓐ Figure




ⓑ Consigne 1 : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$

Consigne 2 : $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CJ} = \vec{0}$

ⓒ Nature de ACKB :

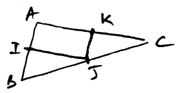
Par ⓗ $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BI}$

$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$ (cf consigne 1 : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$)

$= \overrightarrow{AC}$

donc $\boxed{\text{ACKB est un parallélogramme}}$

## IV) 1) Nature de AIJK




Par ⓗ I est le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{IB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

J ——— [BC] donc $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

K ——— [AC] donc $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AK}$

donc $\boxed{\text{AIJK est un parallélogramme}}$

2) Calculer $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI}$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})$

$= \frac{3}{2} \times \vec{0}$

$= \boxed{\vec{0}}$

## V) $h : x \mapsto \frac{x-1}{2x+1}$

1) $D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x+1 \neq 0\} = \boxed{\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}}$

2) Les points appartiennent-ils à $C_h$ ?

$h(-2) = \frac{-2-1}{2(-2)+1} = \frac{-3}{-3} = 1$ donc $\boxed{A(-2;1) \in C_h}$

$-1/2 \notin D_h$ donc $\boxed{B(-\frac{1}{2};-2) \notin C_h}$

$h(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}-1)}{(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)} = \frac{5-3\sqrt{2}}{7} \neq 0{,}1$ $\boxed{\text{donc } C(\sqrt{2};0{,}1) \notin C_h}$

3) Antécédents de $\sqrt{3}$ — Résolvons (E) : $h(x) = \sqrt{3}$

(E) $\Leftrightarrow \frac{x-1}{2x+1} = \sqrt{3}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E) $\Leftrightarrow x - 1 = 2\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E) $\Leftrightarrow x(1-2\sqrt{3}) = 1+\sqrt{3}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E) $\Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{3}}{1-2\sqrt{3}}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E) $\Leftrightarrow x = \frac{(1+\sqrt{3})(1+2\sqrt{3})}{(1-2\sqrt{3})(1+2\sqrt{3})}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E) $\Leftrightarrow x = \frac{7+3\sqrt{3}}{-11}$ — $S = \{-\frac{7+3\sqrt{3}}{11}\}$

$\sqrt{3}$ a donc pour unique antécédent : $-\frac{7+3\sqrt{3}}{11}$

Antécédents de $\frac{1}{2}$ — Résolvons (E') : $h(x) = \frac{1}{2}$

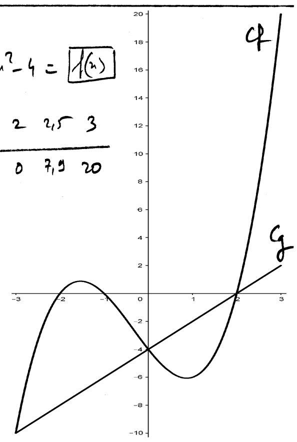
(E') $\Leftrightarrow \frac{x-1}{2x+1} = \frac{1}{2}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E') $\Leftrightarrow 2x - 2 = 2x + 1$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

(E') $\Leftrightarrow 0x = 3$ et $x \neq -\frac{1}{2}$ — $S = \emptyset$

$\frac{1}{2}$ n'a donc aucun antécédent par h.

## VI) 1) Vérification d'égalité




Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $(x^2-4)(x+1) = x^3 - 4x + x^2 - 4 = \boxed{f(x)}$

2) Tableau de valeurs

| $x$ | -3 | -2,5 | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -10 | -3,4 | 0 | 0,9 | 0 | -1,9 | -4 | -5,6 | -6 | -4,4 | 0 | 7,9 | 20 |

4) Antécédents de 0

Les antécédents de 0 sont les abscisses des points d'intersection de Cf avec l'axe des abscisses.

Il y en a 3 : $\boxed{-2 ; -1 \text{ et } 2}$

5) Résoudre $(E_1)$ : $f(x) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow (x^2-4)(x+1) = 0$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-2)(x+2)(x+1) = 0$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_1) \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$ ou $x = -1$

$\boxed{S = \{-2 ; -1 ; 2\}}$ (on retrouve bien les antécédents du 4)

6) Résoudre graphiquement $(I_1)$ : $f(x) > 0$

les solutions sont les abscisses des points de Cf situés strictement au dessus de l'axe des abscisses.

$\boxed{S = ]-2 ; -1[ \cup ]2 ; 3]}$

8) Résoudre graphiquement $(E_2)$ : $f(x) = g(x)$

les solutions sont les abscisses des points d'intersection de Cf et Cg

$\boxed{S = \{-3 ; 0 ; 2\}}$

Résoudre algébriquement $(E_2)$ : $f(x) = g(x)$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_2) \Leftrightarrow (x^2-4)(x+1) = 2x - 4$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_2) \Leftrightarrow (x-2)(x+2)(x+1) - 2(x-2) = 0$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_2) \Leftrightarrow (x-2)[x^2 + 3x + 2 - 2] = 0$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_2) \Leftrightarrow x(x-2)(x+3) = 0$ et $-3 \leq x \leq 3$

$(E_2) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$ ou $x = -3$

$\boxed{S = \{-3 ; 0 ; 2\}}$

9) Résoudre graphiquement $(I_2)$ : $f(x) > g(x)$

les solutions sont les abscisses des points de Cf situés strictement au dessus de Cg :

$\boxed{S = ]-3 ; 0[ \cup ]2 ; 3]}$

DS du 14 XI 17 — 2^{de} — Corrigé succinct.

## I) Calculer

$A = (5\sqrt{2}+2)^2 - 3\sqrt{2}(4-\sqrt{2})$

$A = 50 + 20\sqrt{2} + 4 - 12\sqrt{2} + 6$

$\boxed{A = 60 + 8\sqrt{2}}$

$B = \dfrac{(\sqrt{7}+2)^2}{2\sqrt{7}-2} = \dfrac{(7+4\sqrt{7}+4)(2\sqrt{7}+2)}{(2\sqrt{7}-2)(2\sqrt{7}+2)} = \dfrac{(11+4\sqrt{7})(2\sqrt{7}+2)}{28-4}$

$B = \dfrac{22\sqrt{7}+56+22+8\sqrt{7}}{24} = \dfrac{30\sqrt{7}+78}{24} = \boxed{\dfrac{5\sqrt{7}+13}{4}}$

## II)

| P | Q | |
|---|---|---|
| $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ | $AB = CD$ | $P \Rightarrow Q$ |
| $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ | $I$ milieu de $[AB]$ | $P \Leftrightarrow Q$ |
| $x > -1$ | $x \geq 0$ | $Q \Rightarrow P$ |
| C appartient au cercle de diamètre $[AB]$ | ABC est rectangle en C | $P \Leftrightarrow Q$ |
| Je vis en Espagne | Je vis à Madrid | $Q \Rightarrow P$ |
| $a^2 = b^2$ | $a = b$ | $Q \Rightarrow P$ |
| $x \in [-1; 3{,}5] \cup [\sqrt{3}; 7]$ | $x \leq 7$ | $P \Rightarrow Q$ |
| $a + c = b + d$ | $a = b$ et $c = d$ | $Q \Rightarrow P$ |

## III) 1) Développer

Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $A(x) = 3(x-2)^2 - x^2 + 4 + (x-1)(x+2)$

$= 3(x^2-4x+4) - \cancel{x^2} + 4 + \cancel{x^2} + x - 2$

$= \boxed{3x^2 - 11x + 14}$

Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $B(x) = (4-2x)^2 - (x+3)^2 + (3x-1)^2$

$= 16 - 16x + 4x^2 - (x^2+6x+9) + 9x^2 - 6x + 1$

$= 16 - 16x + 4x^2 - x^2 - 6x - 9 + 9x^2 - 6x + 1$

$= \boxed{12x^2 - 28x + 8}$

### 2) Vérification d'égalité

Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $12\left[\left(x-\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right] = 12\left(x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{49}{36} - \frac{25}{36}\right)$

$= 12\left(x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{24}{36}\right)$

$= 12x^2 - 28x + 8 = \boxed{B(x)}$

### 3) Factoriser $B(x)$

Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $B(x) = 12\left[\left(x-\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right]$

$= 12\left[\left(x-\frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2\right]$

$= 12\left(x - \frac{7}{6} - \frac{5}{6}\right)\left(x - \frac{7}{6} + \frac{5}{6}\right)$

$= 12\,(x-2)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

$= \boxed{4\,(x-2)(3x-1)}$

### 4) Résoudre $(E_1)$

$(E_1)$ : $A(x) = 14$

$(E_1) \Leftrightarrow 3x^2 - 11x + 14 = 14$

$(E_1) \Leftrightarrow 3x^2 - 11x = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow x(3x-11) = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{11}{3}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{0 ; \frac{11}{3}\right\}}$

### Résoudre $(E_3)$

$(E_3)$ : $B(x) = 0$

$(E_3) \Leftrightarrow 4(x-2)(3x-1) = 0$

$(E_3) \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = \frac{1}{3}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{3} ; 2\right\}}$

### Résoudre $(E_2)$

$(E_2)$ : $B(x) = \frac{25}{3}$

$(E_2) \Leftrightarrow 12\left[\left(x-\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right] = \frac{25}{3}$

$(E_2) \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{25}{36} = \frac{25}{36}$

$(E_2) \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{25}{18}$

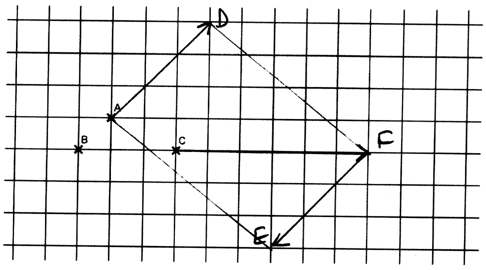
$(E_2) \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{6}\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{6}\right)^2$

$(E_2) \Leftrightarrow x - \frac{7}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$ ou $x - \frac{7}{6} = -\frac{5\sqrt{2}}{6}$

$(E_2) \Leftrightarrow x = \frac{7+5\sqrt{2}}{6}$ ou $x = \frac{7-5\sqrt{2}}{6}$

$\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{7-5\sqrt{2}}{6} ; \frac{7+5\sqrt{2}}{6}\right\}}$

## IV)




### 2) Montrer que $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB}$

Par (H) $3\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{BE} + 3\overrightarrow{AB}$

donc $3\overrightarrow{CE} = 2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}) + 3\overrightarrow{AB}$

donc $\boxed{\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB}}$

### 3) Exprimer $\overrightarrow{FC}$ en fonction de $\overrightarrow{CB}$

Par (H) $3\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{FB}$

donc $3\overrightarrow{FC} = 2(\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CB})$

donc $\boxed{\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{CB}}$

### 4) Nature de AEFD

D'après 2) $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB}$

D'après 3) $\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{CB}$

donc $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE}$

$\overrightarrow{FE} = \cancel{2\overrightarrow{CB}} + \cancel{2\overrightarrow{BC}} + 3\overrightarrow{AB}$

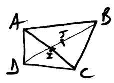
$\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB}$

or par (H) $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BA}$

donc $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DA}$

donc $\boxed{\text{AEFD est un parallélogramme}}$

## V) 1) Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$




$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \cancel{\overrightarrow{DC}} + \overrightarrow{CB}) + \cancel{\overrightarrow{CD}} = \boxed{\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}}$

### 2) Démontrer que $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IJ}$

Par (H) J est le milieu de $[BD]$ donc $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JD} = \overrightarrow{0}$

donc $\overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{0}$ donc $2\overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{0}$

donc $\boxed{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IJ}}$

### 3) Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$

$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

or par (H) I est le milieu de $[AC]$ donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$

donc $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

or d'après 2) $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IJ}$

donc $\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}}$

## VI)

Appelons $x$ le prix en euro d'un menu enfant

le prix d'un menu adulte est alors $3x$

la dépense totale du groupe est : $5(3x) + 6x + 7 = 143{,}50$

soit $21x = 136{,}50$

soit $x = 6{,}5$

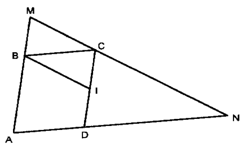
le prix d'un menu enfant est donc de $\boxed{6{,}5 \text{ euros}}$

2A DS du 20 XI 12 2h Corrigé succinct.

I)

| P | Q | Réponse |
|---|---|---|
| $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$ | $A$, $B$ et $C$ sont alignés | $P \Rightarrow Q$ |
| $AB=2AC$ | $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$ | $Q \Rightarrow P$ |
| $C$ est l'image de $D$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ | $ABCD$ est un parallélogramme | $P \Leftrightarrow Q$ |
| Il existe un réel $k$ non nul tel que $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$ | $(AB) // (CD)$ | $P \Leftrightarrow Q$ |
| $I$ est le milieu de $[AB]$ | $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$ | $P \Leftrightarrow Q$ |
| $ABCD$ est un carré | $ABCD$ est un losange | $P \Rightarrow Q$ |
| $AI=IB$ | $I$ est le milieu de $[AB]$ | $Q \Rightarrow P$ |
| $x>0$ | $x\geqslant 0$ | $P \Rightarrow Q$ |

II)




1) Construire M et N

Par (H) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

donc M est l'image de A par la translation de vecteur $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Par (H) $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$

donc N est l'image de A par la translation de vecteur $3\overrightarrow{AD}$

2) Exprimer $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$

$\boxed{\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}}$ (par (H) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$)

$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI}$

$\overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (par (H) I est le milieu de $[CD]$ donc $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$)

$\overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (par (H) ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$)

$\boxed{\overrightarrow{BI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$

3) Que peut-on dire de (MN) et (BI) ?

On remarque que :

$3\overrightarrow{BI} = 3\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$ (d'après 2) $\overrightarrow{BI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$)

$3\overrightarrow{BI} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$

$3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{MN}$ (d'après 2) $\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$)

donc $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires

donc $\boxed{\text{(MN) et (BI) sont parallèles}}$

4) Exprimer $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AM}$ (par (H) ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ par (H) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$)

$\boxed{\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}}$

$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}$ (par (H) ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$ par (H) $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$)

$\boxed{\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}}$

5) Que peut-on en déduire pour C, M et N ?

On remarque que :

$-2\overrightarrow{CM} = -2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right)$

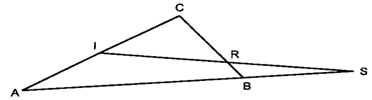
$-2\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$

$-2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CN}$

donc $\overrightarrow{CN}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires

donc $\boxed{\text{C, M et N sont alignés}}$

III)




1) Construire R et S

Par (H) $\overrightarrow{BR} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ donc R est l'image de B par la translation de vecteur $-\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

Par (H) $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ donc S est l'image de A par la translation de vecteur $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

2) Montrer que R est le milieu de [SI]

$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AS}$

$\overrightarrow{RS} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ (par (H) $\overrightarrow{BR} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$)

$\overrightarrow{RS} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{RS} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IS} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AS}$ (par (H) I est le milieu de [AC] donc $\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{IS} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ par (H) $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$)

$\overrightarrow{IS} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

On remarque que $\frac{1}{2}\overrightarrow{IS} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)$

$\frac{1}{2}\overrightarrow{IS} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

$\frac{1}{2}\overrightarrow{IS} = \overrightarrow{RS}$

donc R est le milieu de [SI]

IV

1) forme canonique de $f(x)$

Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x - 3$

$f(x) = (x-3)^2 - 9 - 3$

$\boxed{f(x) = (x-3)^2 - 12}$

2) factoriser $f(x)$

Pour tout $x$ de $\mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)^2 - 12$

$f(x) = (x-3)^2 - (2\sqrt{3})^2$

$\boxed{f(x) = (x-3-2\sqrt{3})(x-3+2\sqrt{3})}$

3) Résoudre $(E_1)$ : $f(x) = -12$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-3)^2 - 12 = -12$

$(E_1) \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$

$(E_1) \Leftrightarrow x = 3$ $\boxed{S = \{3\}}$

Résoudre $(E_2)$ : $f(x) = 0$

$(E_2) \Leftrightarrow (x-3-2\sqrt{3})(x-3+2\sqrt{3}) = 0$

$(E_2) \Leftrightarrow x = 3+2\sqrt{3}$ ou $x = 3-2\sqrt{3}$

$\boxed{S = \{3-2\sqrt{3} ; 3+2\sqrt{3}\}}$

Résoudre $(E_3)$ : $f(x) = -15$

$(E_3) \Leftrightarrow (x-3)^2 - 12 = -15$

$(E_3) \Leftrightarrow (x-3)^2 = -3$

or un carré ne peut être strictement négatif

$\boxed{S = \emptyset}$

V) Résoudre dans $\mathbb{R}$

$(E_4)$ : $(1+x)^2 = 1 - x^2$

$(E_4) \Leftrightarrow (1+x)^2 - (1-x)(1+x) = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow (1+x)(1+x-1+x) = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow 2x(1+x) = 0$

$(E_4) \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$ $\boxed{S = \{0 ; 1\}}$

$(E_5)$ : $\frac{3}{x+2} = \frac{2}{x+3}$ condition : $x \neq -2$ et $x \neq -3$

$(E_5) \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+3) = 2(x+2) \\ x \neq -2 \text{ et } x \neq -3 \end{cases}$

$(E_5) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 9 = 2x + 4 \\ x \neq -2 \text{ et } x \neq -3 \end{cases}$

$(E_5) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x \neq -2 \text{ et } x \neq -3 \end{cases}$ $\boxed{S = \{-5\}}$

$(E_6)$ : $\frac{x^2-2}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 0$ condition : $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

$(E_6) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 2 - (x-2) + (x-1)}{(x-1)(x-2)} = 0 \\ x \neq 1 \text{ et } x \neq 2 \end{cases}$

$(E_6) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \cancel{2} - \cancel{x} + \cancel{2} + \cancel{x} - 1 = 0 \\ x \neq 1 \text{ et } x \neq 2 \end{cases}$

$(E_6) \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0$ et $x \neq 1$ et $x \neq 2$

$(E_6) \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$ et $x \neq 1$ et $x \neq 2$

$\boxed{S = \{-1\}}$

$(E_7)$ : $\frac{x^2+4x+4}{x-2} = x + 6 + \frac{16}{x-2}$ condition : $x \neq 2$

$(E_7) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 4 = (x+6)(x-2) + 16 \\ x \neq 2 \end{cases}$

$(E_7) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x - 12 + 16 \\ x \neq 2 \end{cases}$

$(E_7) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 4 \\ x \neq 2 \end{cases}$ $\boxed{S = \mathbb{R} \setminus \{2\}}$

$(E_8)$ : $(1-2x)^2 + 4x^2 - 1 = 6x - 3$

$(E_8) \Leftrightarrow (2x-1)^2 + (2x-1)(2x+1) - 3(2x-1) = 0$

$(E_8) \Leftrightarrow (2x-1)(2x - \cancel{1} + 2x + \cancel{1} - 3) = 0$

$(E_8) \Leftrightarrow (2x-1)(4x-3) = 0$

$(E_8) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{3}{4}$ $\boxed{S = \{\frac{1}{2} ; \frac{3}{4}\}}$