

Nom :

I) Pour chaque ligne ci-dessous, indiquer dans la colonne de droite si on a : $(P) \Rightarrow (Q)$, $(Q) \Rightarrow (P)$, $(P) \Leftrightarrow (Q)$:

(P)	(Q)	Relation
$(x+5)(x+1)=(3x-2)(x+1)$	$x+5=3x-2$	
$(x+3)(x^2+1)=(x^2+1)(4x-1)$	$x+3=4x-1$	
$(2x-3)^2=(3x-1)^2$	$2x-3=3x-1$	
$\frac{4x-3}{x^2-4}=0$	$x=\frac{3}{4}$	
Pour tout x de \mathbb{R} , $f(x)=0$	Pour tout x de $[-3; +\infty[$, $f(x)=0$	
$x \in I \cap J$	$x \in I \cup J$	
$(x-4)^2 \geq 0$	$x \in]-\infty; 4]$	
$1,19 \leq x \leq 1,23$	$1,1 \leq x \leq 1,3$	

II) BOA est un triangle. Les points C et D sont tels que : $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$ et $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$.

- 1) Démontrez que O est le milieu de [CD].
- 2) Les points E et F sont tels que : $\vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OD}$ et $\vec{OF} = \vec{OB} + \vec{OD}$.
Démontrez que ABFE est un parallélogramme.

III) Résoudre dans \mathbb{R} les équations ci-dessous :

$$(E_1) : 4x^2 + 4x + 1 + (2x+1)(x-1) = 4x+2$$

$$(E_2) : \frac{x+1}{x+2} = x+1$$

$$(E_3) : \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = 0$$

IV) 1) Démontrer que pour tout réel x : $x-2(x-1)^2 = (x-2)(1-2x)$

2) En déduire la résolution dans \mathbb{R} des équations ci-dessous :

$$(E_4) : x-2(x-1)^2 = (3-6x)(1-2x)$$

$$(E_5) : \frac{x-2(x-1)^2}{4-x^2} = 4x-2$$

V) Soit ABCD un parallélogramme non aplati et E le symétrique de C par rapport à B.

- 1) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, et E dans le repère (A, \vec{AB}, \vec{AD}) . (Justifier)
- 2) Soit F le point de coordonnées $(0; -1)$ dans ce repère. Déterminer la nature du quadrilatère DCEF.
- 3) Montrer que F est le symétrique de D par rapport à A.
- 4) Déterminer les coordonnées de I, le point d'intersection des droites (DE) et (CF).

VI) Un chef d'entreprise souhaite partager équitablement la somme de 9600 euros entre la totalité de ses employés. Il remarque cependant que s'il exclut de cette prime les quatre responsables de secteur, la part des autres employés est augmentée de 80 euros. On cherche le nombre total d'employés de l'entreprise.

- 1) Montrer que ce problème revient à résoudre l'équation : $x^2 - 4x - 480 = 0$ ou x est le nombre total d'employés de l'entreprise.
- 2) Démontrer que pour tout réel x : $x^2 - 4x - 480 = (x-24)(x+20)$
- 3) Conclure.