

I) Dans un repère orthonormal $(O ; I ; J)$, on donne les points $A(-1; 1)$, $B(3; 1)$ et $C(-1; 3)$.

- 1) Déterminer la nature du triangle ABC .
- 2) Calculer les coordonnées du milieu M de $[AC]$.
- 3) Calculer les coordonnées de D symétrique de B par rapport à M .
- 4) Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.

II) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(E_1): 9(x-7)^2 = (1-2x)^2$$

$$(E_2): \sqrt{2}x + \sqrt{3} = \sqrt{2}(x+7) + \sqrt{3} - 7\sqrt{2}$$

$$(E_3): \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$(E_4): -2x^2 + 12x = -14$$

III) Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on donne les points $A(-3+x; 1)$ et $B(3; 2x-1)$ avec $x \in \mathbb{R}$.

- 1) Sur une même figure, et en utilisant 3 couleurs différentes, placer les points A et B pour $x=0$, $x=2$ et enfin $x=-2$.
- 2) Calculer les longueurs OA , OB et AB en fonction de x .
- 3) Pour quelles valeurs de x le triangle AOB est-il isocèle en O ?
- 4) Pour quelles valeurs de x les droites (OA) et (OB) sont-elles perpendiculaires ?

IV) ABC est un triangle isocèle en A (qui peut être aplati) tel que $AB = AC = 8$ cm et $BC = x$ cm.

Soit I le pied de la hauteur issue de A . On note alors f la fonction qui à x associe l'aire du triangle ABC .

- 1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
- 2) Dans le cas où $BC = 4$ cm, montrer que l'aire de ABC est alors de $4\sqrt{15}$ cm².
- 3) On se place maintenant dans le cas général : montrer que pour tout x de D_f : $f(x) = \frac{x}{4}\sqrt{256-x^2}$
- 4) A l'aide d'une calculatrice, donner un arrondi au centième des images de 3,5 ; 5 et 10.
- 5) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthogonal $(O ; I ; J)$ tel que $OI = 1$ cm et $OJ = 0,2$ cm.
- 6) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 20$.
- 7) D'après ce graphique, en quelle valeur x_0 la fonction semble-t-elle atteindre son maximum ?
On arrondira au dixième.
- 8) On cherche à trouver la valeur exacte de x_0 . Pour cela, on appelle H le pied de la hauteur du triangle ABC issue de B et on trace le cercle C de rayon $[AC]$ et de centre A .
 - a) B appartient-il à C ?
 - b) Montrer que $\text{Aire}(ABC) = 4 \times BH$
 - c) L'aire de ABC est donc maximale quand la longueur BH est maximale. Quelle est alors la position de B sur le cercle ? En déduire la valeur exacte de x_0 .