NOM : ______________________________

2de Le 17/01/2017

DS DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : (6 points)

Un chocolatier a relevé pendant 300 jours la masse de chocolat dont il a eu besoin pour réaliser ses pâtisseries.
Les résultats sont représentés dans le tableau ci-dessous. Une 5ème et 6ème lignes sont données ; n'hésitez pas à vous en servir pour justifier certaines réponses.

Masse de chocolat (en kg)	$[0;5[$	$[5;7[$	$[7;8[$	$[8;9[$	$[9;10[$	$[10;14[$
Effectif (nombre de jours)	50	30	50	70	60	40
Fréquence (en %)						
Fréquence cumulées croissantes (en %)						

1. Compléter ci-dessus, les fréquences en pourcentage (arrondies au dixième) et les fréquences cumulées croissantes.
2. Dans quelle classe se situe la médiane et pourquoi ?
3. Construire, sur papier millimétré, le polygone des fréquences cumulées croissantes. En abscisse, 1 cm représente 1 kg et en ordonnée, 1 cm représente 10%.
4. Déterminer en justifiant une valeur approchée de la médiane et des premier et troisième quartiles. Interpréter chacune de ces valeurs. Construire sur papier millimétré le diagramme en boite concernant cette série.
5. Calculer la consommation journalière moyenne en chocolat.

EXERCICE 2 : (6 points)

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, on considère les points $A(2;4), B(5;-1), C(0;-4)$ et $D(-3;1)$.

1. En utilisant les coordonnées de vecteurs, démontrer que *ABCD* est un parallélogramme.
2. Calculer les coordonnées du point *M* milieu du segment [*AC*].
3. Démontrer que $\widehat{DMC}$ est un angle droit. Que peut-on en déduire pour *ABCD* ?
4. Soit le point *K* tel que : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AK}$. Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DK}$ sont colinéaires.

EXERCICE 3 : (8 points)

On considère un carré *ABCD* de 5 cm de côté. M est un point quelconque du segment $[AB]$ et N un point du segment $[BC]$ tel que $BN = AM$.

1. On pose $AM = x$. Justifier que $x \in [0;5]$.
2. Pour tout x appartenant à $[0;5]$, on appelle $f(x)$ l'aire du triangle *AMN*.

   Montrer que, pour tout x appartenant à $[0;5]$, $f(x)=\dfrac{x^2}{2}$.
3. A l'aide de la calculatrice, donner un tableau de valeurs de $f(x)$ pour x appartenant à $[0;5]$ avec un pas égal à 0,5 et tracer la courbe représentative de cette fonction, appelée C_f, dans un repère orthogonal avec comme unités : 2 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée.
4. Résoudre sur $[0;5]$, graphiquement puis par le calcul, l'équation $(E): f(x)=10$.
5. On considère le programme ci-contre. Que fait-il ?
6. En s'inspirant du programme ci-contre, écrire un programme en langage naturel qui, pour un réel S donné, affiche la valeur de $x \in [0;5]$ telle que l'aire de *AMN* soit égale à *S*.

```
Variables     X et M sont des réels
Entrée        Saisir la valeur de X
Traitement des données
              Si X < 0 ou X > 5
                 Alors   afficher « impossible »
                 Sinon   affecter à M la valeur X²/2
                         afficher M
              Fin Si
```

Nom :

I) Entourer la bonne réponse : Réponse juste = 1 point. Réponse fausse = – 0,5 point. Pas de réponse = 0 point.

$\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}$ est égal à	$\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{BD}$	$\vec{0}$	Autre réponse
$ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si	$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si	$\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{BI}$	$\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$	$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

II) Factoriser les expressions ci-dessous :

$A(x)=\frac{(2x+1)^2}{4}-\frac{x^2}{9}$

$B(x)=x^2+4x-12$

$C(x)=(x^2-5x+3)^2-(x^2+x-3)^2$

$D(x)=3x^2+2x-5$

Bonus : $E(x)=(3x-6)^2-(x-8)(4-2x)-2x^2+8$

III) ABC est un triangle et O un point quelconque. G est le point tel que : $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Montrer que : $3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OG}$.
2) P est le point tel que : $\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-2\overrightarrow{OC}$.
   Montrer que les droites (OP) et (GC) sont parallèles.

IV) ABC un triangle et I est le milieu de $[AB]$.

1) Construire le point J tel que : $\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AC}$.
2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3) On note K le point tel que : $2\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$. Exprimer $\overrightarrow{BK}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$, puis construire K.
4) En déduire que : $\overrightarrow{IK}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
5) Que peut-on en conclure ?

BAREME PROBABLE : I) 3 pts II) 4 pts (+1) III) 4 pts IV) 9 pts

I) Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par : $f : x \mapsto \dfrac{(2x+1)^2-9}{4x-4}$ et $g : x \mapsto \dfrac{x^2+3x+2}{x-1}$

1) Montrer que pour tout x différent de 1, f est une fonction affine.
2) Résoudre par le calcul l'équation (E) : $f(x) = g(x)$
3) Tracer C_f et C_g dans un repère, puis résoudre (E) graphiquement.

II) Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que AB = 5cm et BC = 3 cm.

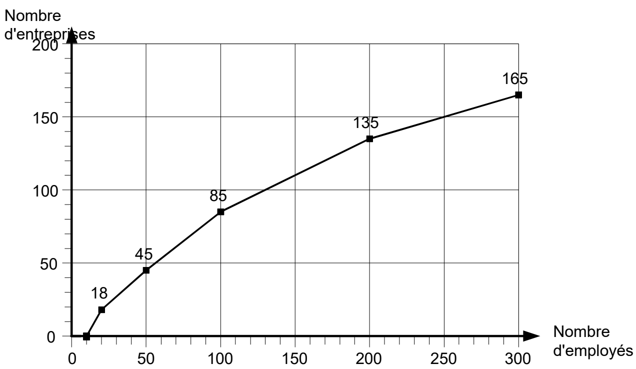
1) Placer les points I, J, K et L tels que : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CK}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$
2) Exprimer $\overrightarrow{IB}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, puis démontrer que $\overrightarrow{IJ}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
3) De même, exprimer $\overrightarrow{KL}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DA}$.
   En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.
4) En calculant la somme $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{OK}$, démontrer que le centre de $ABCD$ est aussi celui de $IJKL$.

III) Soit ABC un triangle non aplati et k un nombre réel.

M et N sont les points définis par : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+(k+1)\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}=(k+1)\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

1) On choisit d'abord $k = -2$.
   Faire une figure et démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2) Le réel k est maintenant quelconque.
   Calculer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ puis conclure.
3) Le quadrilatère $BCMN$ peut-il être un parallélogramme ? Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de k ?

IV) Un maire fait une étude concernant les entreprises de plus de dix personnes de sa ville. Pour cela, il a réalisé la courbe des effectifs cumulés croissants ci-dessous.



1) Compléter le tableau ci-dessous sur la copie.

Nombre d'employés	[10 ; 20[	[20 ; 50[	[50 ; 100[	[100 ; 200[	[200 ; 300]
Nombre d'entreprises					

2) Tracer l'histogramme de la série.
3) Donner une valeur approchée de la médiane.
4) Quelles affirmations ci-dessous sont pertinentes ? *(Il n'est pas demandé de justifier)*
   a) La majorité des employés ci-dessus travaillent dans des petites entreprises. *(de 10 à 50 personnes)*
   b) Les petites entreprises sont les plus nombreuses.
   c) Les entreprises les plus nombreuses sont celles qui comptent entre 100 et 200 employés.
   d) Il n'y a pas d'entreprise de moins de 10 personnes dans cette ville.
   e) La plus grosse entreprise de la ville a 300 employés.

BAREME PROBABLE : I) 4pts II) 7pts III) 5pts IV) 4pts